

Ecuaciones Radicales: Un Sistema de Ejercicios para el Dominio Matemático

**SANDRA DOLORES DELGADO SALTOS
MAYRA LORENA INTRIAGO NAVARRETE
JOSÉ JAVIER SOLÓRZANO CASANOVA
YULI AZUCENA VILLAMAR PINARGOTE
JOSÉ ANTONIO CEDEÑO CEDEÑO**

TODOS LOS DERECHOS RESERVADOS:

Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta obra solo puede ser realizada con la autorización de sus titulares, salvo excepción prevista por la ley. La infracción de los derechos mencionados puede ser constitutiva de delito contra la propiedad intelectual.

Por favor, póngase en contacto con Ediciones GESICAP (<https://edicionesgesicap.com/>) si necesita fotocopiar o escanear alguna parte de esta obra.

© SANDRA DOLORES DELGADO SALTOS

© MAYRA LORENA INTRIAGO NAVARRETE

© JOSÉ JAVIER SOLÓRZANO CASANOVA

© YULI AZUCENA VILLAMAR PINARGOTE

© JOSÉ ANTONIO CEDEÑO CEDEÑO

© Editorial: Ediciones GESICAP

Texto arbitrado bajo la modalidad doble par ciego.

El Carmen, Manabí, Ecuador

<https://edicionesgesicap.com>

ISBN: 978-9942-626-22-6

Depósito Legal:

1ra Edición: Ediciones Gesticap, Calle 24 de julio y Ave. 3 de julio, El Carmen, Manabí, Ecuador.

Derechos de autor © marzo de 2024.

CÓMO CITAR ESTE LIBRO:

Delgado Saltos, S.D; Intriago Navarrete, M.L; Solórzano Casanova, J.J; Villamar Pinargote, Y.A y Cedeño Cedeño, J.A. (2024). ECUACIONES RADICALES: UN SISTEMA DE EJERCICIO PARA EL DOMINIO MATEMATICO. Ediciones GESICAP. 93 pp.

EQUIPO EDITORIAL:

Edición y Maquetación: Sergio Alejandro Rodríguez Hernández

Revisión y Corrección: Jorge Luis Contreras Vidal.

Diseño de Portada: Sergio Alejandro Rodríguez Hernández.

Toda la información relacionada al contenido del texto es responsabilidad de los autores.

**ECUACIONES RADICALES:
UN SISTEMA DE EJERCICIOS
PARA EL DOMINIO MATEMATICO**

SANDRA DOLORES DELGADO SALTOS
MAYRA LORENA INTRIAGO NAVARRETE
JOSÉ JAVIER SOLÓRZANO CASANOVA
YULI AZUCENA VILLAMAR PINARGOTE
JOSÉ ANTONIO CEDEÑO CEDEÑO



SANDRA DOLORES DELGADO SALTOS

Docente de la Unidad Educativa Fiscal Cayetano Cedeño. Lic. en Ciencias de la educación mención química y biología. 12 años de experiencia en la docencia.

lolydesa@hotmail.com.

<https://orcid.org/0009-0005-2577-4832>.

MAYRA LORENA INTRIAGO NAVARRETE

Docente, Unidad Educativa Dr. Wilfrido Loor Moreira, Ingeniera en Sistemas Informáticos y Master en educación, especialidad en educación superior.

mlorena2205@hotmail.com.

<https://orcid.org/0009-0003-1096-4196>.



JOSÉ JAVIER SOLÓRZANO CASANOVA

Docente en la Unidad Educativa Fiscal Ernesto Mendoza Loor, tercer nivel, Licenciado en Ciencias de la Educación. Mención Educación General Básica, cuarto nivel, Máster Universitario en Didáctica de la Lengua y la Literatura en Educación Secundaria y Bachillerato, profesional con 12 años en la docencia.

javier.casanova.26@hotmail.com

<https://orcid.org/0009-0001-3814-8890>





YULI AZUCENA VILLAMAR PINARGOTE

Docente de la Unidad Educativa Fiscal Lodana. Lic. En Ciencias de la Educación Especialidad Inglés. Mgs. En Educación Mención en Educación y Creatividad. 15 años de experiencia en la docencia.

yuli_villamar@hotmail.com

<https://orcid.org/0000-0003-0476-860X>

JOSÉ ANTONIO CEDEÑO CEDEÑO

docente de la Unidad Educativa Fiscal Lodana. Lic. en Ciencias de la educación mención Física y Matemáticas. 13 años de experiencia en la docencia

josecedenhokronos@hotmail.com

<https://orcid.org/0009-0002-5557-1890>



ÍNDICE DE CONTENIDOS

PRÓLOGO / 7

CAPÍTULO 1: LA TRANSFORMACIÓN DE LA EDUCACIÓN / 9
DESCUBRIENDO EL DESAFÍO: PROBLEMAS EN LA ENSEÑANZA
DE LAS MATEMÁTICAS / 10

Las Preguntas de Investigación: Incógnitas necesarias. / 13

Objetivos: el destino hacia la Transformación / 14

CAPÍTULO 2: “EL PROCESO FORMATIVO EN MATEMÁTICAS” / 16

2.1. La didáctica vs el proceso de enseñanza aprendizaje / 16

CAPÍTULO 3. EL PROCESO DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE DE
LA MATEMÁTICA / 31

3.1. El Rol del Trabajo Independiente en la resolución de
ejercicios / 33

CAPÍTULO 4. TRATAMIENTO DE LAS ECUACIONES: UN
PROCEDIMIENTO MATEMÁTICA FUNDAMENTADO / 38

Ecuaciones: definiciones actualizadas / 38

Tipos de ecuaciones: su tratamiento por niveles de enseñanza /
41

CAPÍTULO 5 SISTEMA DE EJERCICIOS: UNA PROPUESTA DE
INVESTIGACIÓN / 46

5.1. Los sistemas: su conceptualización / 46

5.2. Los sistemas de ejercicios y sus exigencias metodológicas /
49

CAPÍTULO 6: PROCEDIMIENTO DEL TRABAJO DE
INVESTIGACIÓN / 53

6.1. “Aplicación Práctica de la Metodología Investigativa” / 53

6.2. “La Revelación del Enfoque Metodológico en la
Investigación” / 54

6.3. El Contexto: Donde Comienza la Historia / 54

6.4. Procedimientos Metodológicos Revelados / 56

CAPÍTULO 7."ANALIZANDO LOS RESULTADOS: CLAVES PARA LA COMPRENSIÓN" / 58

- 7.1. Instrumentos aplicados en el contexto del bachillerato / 58
- 7.2. Resultados de la Encuesta: Análisis Detallado / 61
- 7.3. Análisis Metódico de las Observaciones en Clase / 63
- 7.4. Pruebas Pedagógicas: un resultado de aprendizaje / 64
- 7.5. Documentos Revisados: resultados claves para la Investigación / 66

CAPÍTULO 8. LA FÓRMULA DE LA MEJORA: EL SISTEMA DE EJERCICIOS / 69

- 8.1. Diseño de los ejercicios. / 69
- 8.2. Estructura del sistema de ejercicios / 73
- 8.3 Justificación de la viabilidad: Validación / 80
- 8.4. Validación a través de Expertos: Un Juicio Científico / 81
- 8.5 Reflexiones Finales: Hacia una Educación Matemática Transformadora / 84

BIBLIOGRAFÍA / 87

Prólogo

En el vasto universo del conocimiento matemático, el proceso de enseñanza y aprendizaje de la resolución de ecuaciones con radicales emerge como un desafío significativo para estudiantes y educadores por igual. En este contexto, el libro que tienes en tus manos representa un valioso recurso que aborda de manera integral y reflexiva este importante tema. Desde la identificación de las necesidades educativas hasta la propuesta de soluciones innovadoras, el texto ofrece una mirada sobre cómo mejorar la comprensión y el dominio de este contenido matemático fundamental.

Con una combinación de análisis teórico y práctico, el libro guía al lector a través de un viaje educativo que comienza con la exploración de las características del proceso de enseñanza-aprendizaje en el contexto del bachillerato. A medida que avanza, se sumerge en el diseño y la implementación de un sistema de ejercicios cuidadosamente elaborado, fundamentado en el Paradigma Histórico Social de Vigotsky. Este enfoque innovador reconoce la importancia del aprendizaje colaborativo y la Zona de Desarrollo Próximo en el desarrollo de habilidades matemáticas sólidas y duraderas.

Es un honor para mí presentar este libro, resultado del esfuerzo y dedicación de un equipo de autores comprometidos con la mejora de la educación matemática en el nivel de bachillerato. Mayra Lorena Intriago Navarrete ha sido una pieza fundamental en este proyecto, apasionada por el estudio de las matemáticas aportó

valiosos conocimientos a esta obra. Acompañándola, Sandra Dolores Delgado Saltos, docente en la Unidad Educativa Fiscal Cayetano Cedeño, contribuyó con su experiencia en ciencias de la educación, dando un enfoque didáctico al libro, lo que ha sido fundamental para enriquecer esta obra y garantizar su calidad y pertinencia en el ámbito educativo.

Por otro lado, José Javier Solórzano Casanova, docente en la Unidad Educativa Fiscal Ernesto Mendoza Loor, con su experiencia y formación académica, brindó una valiosa revisión sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje. Yuli Azucena Villamar Pinargote, también docente, enriqueció este trabajo con su perspectiva y conocimientos en educación y creatividad, dando un sello distintivo al estilo de redacción. Finalmente, José Antonio Cedeño Cedeño ha sido un pilar importante en la elaboración de este libro, aportando su experiencia en física y matemáticas para asegurar la solidez y relevancia del contenido.

Puedo decir que este libro es un testimonio del esfuerzo y la colaboración de un equipo dedicado de autores comprometidos con la mejora de la educación matemática. Que estas páginas sean una fuente de inspiración y enriquecimiento para aquellos que se embarcan en el viaje del aprendizaje de las matemáticas, y que contribuyan a cultivar el amor por esta disciplina tan fundamental en el desarrollo humano.

Xenia Pedraza González

Docente investigadora

Instituto Superior Tecnológico Consulting Group Ecuador- Esculapio

Capítulo 1: La transformación de la educación

La escuela del siglo XXI debe caracterizarse por su permanente renovación y la optimización del proceso educativo en el cual debe ocupar un espacio importante tanto el desarrollo intelectual - creativo como el físico, el ético, y el estético, todo ello en franca aproximación a la excelencia humana. La escuela como institución social debe responder a la necesidad de formar a las nuevas generaciones en la dinámica de las relaciones económicas, sociales, políticas y culturales, tanto nacionales como internacionales.

Desde esta perspectiva, es importante considerar que la educación representa un proceso social complejo, de carácter histórico concreto y clasista, a través del cual tiene lugar la transmisión y apropiación de la herencia cultural atesorada por el ser humano. Más, los contenidos de la cultura son cada vez más complejos y diversos, por lo que deben cambiar las formas de enseñarlos y aprenderlos: debe cambiar la educación.

Además, tiene que ser desarrolladora, para la vida y con un elevado sentido práctico, pues el hombre tiene que asumir una posición activa y protagónica en el proceso de su propio aprendizaje, ya que debe existir correspondencia entre conocimientos útiles, desarrollo del pensamiento creador, responsabilidad de actuar para transformar el medio natural y social que le rodea y formar valores morales positivos en todo hombre virtuoso.

En el contexto educativo actual la matemática ha penetrado cada vez más rápido en casi todos los dominios sociales. Comienzan en

la modelación matemática de los procesos teóricos, conduce teoría y procedimientos posibilitando desarrollar e investigar estos procesos de forma creadora. Esta ciencia ha brindado un método potente para el estudio de la naturaleza y tiene presencia concreta en el estudio de fenómenos sociales, para revelar las leyes propias en diversos campos del saber, ha estado jugando un papel creciente en las ciencias naturales que forman parte del currículo de la educación media superior y ofrece a estas, así como otras ciencias específicas un lenguaje numérico y simbólico que permite expresar una serie de relaciones que existen entre los fenómenos de la naturaleza.

A nivel internacional se realizan continuas actualizaciones en los planes de estudio y programas de esta materia con el fin particular de afianzar su papel determinante en el desarrollo del pensamiento lógico donde tienen una notable importancia las actividades mentales: analizar, comparar, generalizar, abstraer y concretar. En este sentido Ortiz (2012) plantea, que es necesario buscar recursos y estrategias que generen nuevas experiencias de aprendizaje en los estudiantes, pues las formas tradicionales no siempre han garantizado el rendimiento académico deseado, lo que ha provocado cierto descontento.

Descubriendo el Desafío: Problemas en la enseñanza de las matemáticas

Pedraza et al. (2017) en un estudio realizado en el Ecuador, provincia Manabí destacan como existe un número considerable de estudiantes con dificultades en la competencia razonamiento numérico, lo que provoca que estos no logren aprobar el curso

preparatorio previo al examen nacional para la enseñanza superior, ni tampoco esta evaluación. Este comportamiento se ha mantenido como tendencia histórica lo que frustra en varios estudiantes de bachillerato las aspiraciones de acceder a la enseñanza superior.

El estado del aprendizaje de la Matemática sigue preocupando a padres, profesores, directores, y hasta los propios estudiantes ven con desaliento que no decrece el nivel de reprobados o la baja calidad de sus notas en las pruebas. La resolución de ecuaciones permanece siendo uno de los problemas que con mayor frecuencia se observan en los estudiantes del bachillerato, siendo este contenido objetivo para la profundización posterior de otros conocimientos matemáticos.

Para evolucionar la realidad expuesta se debe tomar en cuenta el pensamiento del pedagogo José de la Luz y Caballero el cual entre otras palabras aclara que no debe aprenderse de memoria únicamente, es necesario comprender para saber adquirir conocimientos, no tener palabras, hay que aprender pensando. No obstante, siempre no se materializa en clase el nivel de pensamiento necesario para que los estudiantes de manera grupal o independiente resuelvan ejercicios matemáticos. Esta situación se presenta por la problemática que persiste en muchos salones de clase donde no todos los profesores de matemática ofrecen de manera sistemática ejercicios creativos y motivadores. Además, coexisten dificultades en el desarrollo de una buena base orientadora para que el estudiante sepa qué va a realizar, cómo y para qué, para su posterior labor.

La resolución de ecuaciones matemáticas es necesaria para el desarrollo del pensamiento lógico de los estudiantes, ya que cuando se resuelven ecuaciones con radicales se enfatiza su carácter científico y su correspondiente materialidad del mundo que la rodea. En este sentido el profesor debe planificar coherentemente el sistema de ejercicios que exija del estudiante creatividad y una práctica científica investigativa que implique una aplicación inmediata de los contenidos presentados. Para ello deben orientarse ejercicios donde sea necesario la utilización del libro de texto, Enciclopedias, software educativo, internet, entre otros medios útiles.

La Unidad Educativa Dr. Wilfrido Loor Moreira, Ecuador, no está ajena a esta problemática, después de realizados algunos instrumentos de investigación empírica se constató que existen dificultades significativas en la resolución de ecuaciones con radicales, que están dadas por irregularidades en eliminar signos de agrupación, aplicar propiedades descomponer en factores y comprender la importancia de la comprobación de las ecuaciones cuando se hacen operaciones no equivalente; lo cual identifica su estado actual.

El estado deseado con respecto a esta problemática está dado por los objetivos que se declaran en los programas de Bachillerato, donde el estudiante debe resolver ecuaciones con radicales que requieran más de una elevación al cuadrado y ecuaciones combinadas. Puede decirse que en esta obra la problemática abordada es: ¿Cómo mejorar el desempeño en la resolución de ecuaciones con radicales en estudiantes del Bachillerato en la

Las Preguntas de Investigación: incógnitas necesarias.

En el vasto paisaje del conocimiento, cada investigación comienza con una incógnita, una pregunta que se convierte en un faro luminoso en medio de la oscuridad del desconocimiento. Este apartado se adentra en el intrigante mundo de las "Preguntas de Investigación". Estas no son simples cuestionamientos; son las brújulas que guían el viaje en busca de respuestas y descubrimientos. A través de su análisis, se desvela el enigma detrás de la elección de estas preguntas, su relevancia y cómo orientan la búsqueda hacia lo desconocido en el campo de la educación matemática.

Cada pregunta de investigación es un pilar fundamental en la estructura de un estudio; aquí se presentan como guía del desarrollo del contenido que se plasma en esta obra:

Pregunta de investigación 1: ¿Cuáles son los principales desafíos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática en el bachillerato ecuatoriano?"

Usted lector con esta pregunta se sumergirá en la realidad educativa ecuatoriana, explorando las dificultades y obstáculos que los estudiantes y profesores enfrentan en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Pregunta de Investigación 2: "¿Cómo afecta el trabajo independiente en la resolución de ejercicios al rendimiento de los estudiantes en matemáticas?"

Esta pregunta conducirá a un análisis en profundidad sobre el valor del trabajo autónomo en la resolución de problemas matemáticos y su influencia en el desempeño de los estudiantes.

Pregunta de Investigación 3: "¿Cuáles son los fundamentos teóricos y metodológicos que subyacen en el tratamiento de las ecuaciones en la enseñanza de matemáticas?"

Con esta pregunta se adentrará en el mundo de la teoría y la metodología, explorando los fundamentos que respaldan la enseñanza de las ecuaciones en el contexto educativo.

Pregunta de Investigación 4: "¿Cómo se integran los sistemas en la enseñanza de las ciencias y su relación con la matemática?"

Esta pregunta lo llevará a la intersección entre las ciencias y las matemáticas, donde examinará la importancia de los sistemas en la educación científica y matemática.

Objetivos: el destino hacia la Transformación

En el camino hacia la transformación educativa, no basta con identificar desafíos y plantear preguntas intrigantes. Es esencial trazar un mapa que guíe la travesía y defina el destino que se desea alcanzar. Este contenido titulado "Objetivos: el destino hacia la Transformación", les adentrará en el mundo de los objetivos de

investigación, marcando el rumbo del viaje académico. Aquí, se revelan los objetivos generales y específicos que iluminan el camino hacia una educación matemática más efectiva y enriquecedora. Estos objetivos se convierten en faros, señalando el camino hacia un futuro educativo más brillante y prometedor. Cada uno de estos objetivos representa una etapa de la transformación educativa, y guían el recorrido de esta obra.

El objetivo general de este estudio es comprender en profundidad los desafíos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática en el bachillerato ecuatoriano, identificar oportunidades de mejora y proponer estrategias efectivas para transformar la educación matemática en este contexto.

La investigación orienta su accionar hacia el cumplimiento de los siguientes objetivos específicos:

Analizar las dificultades más relevantes que enfrentan los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas en el bachillerato ecuatoriano.

Evaluar el impacto del trabajo independiente en la resolución de ejercicios en el rendimiento académico de los estudiantes.

Investigar los fundamentos teóricos y metodológicos que subyacen en la enseñanza de las ecuaciones en el contexto educativo.

Explorar la integración de sistemas en la enseñanza de las ciencias y su relación con la matemática.

Capítulo 2: "El proceso formativo en Matemáticas"

Este capítulo, titulado 'Explorando el Universo de las Matemáticas', inicia introduciendo al lector en la comprensión de la didáctica y el proceso de enseñanza aprendizaje. Aquí, las matemáticas se verán no solo como una herramienta para resolver problemas, sino como un lenguaje universal que permite dar respuesta a varias incógnitas sobre nuestro entendimiento del mundo y de nosotros mismos.

2.1. La didáctica vs el proceso de enseñanza aprendizaje

La didáctica, rama fundamental de la pedagogía, tiene como parte de los requisitos que le confieren su carácter de ciencia, un objeto de estudio bien delimitado: el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Por increíble que parezca, todavía existen profesionales de la educación que ignoran que este es el objeto de estudio de la didáctica actual, y con ello el carácter renovador que la misma encierra para tributar al cambio educativo que reclama el recién entrado milenio.

En este sentido resulta interesante el análisis realizado por la brasileña V. M. Candau, cuando al intentar dar paso desde una didáctica exclusivamente instrumental, a otro fundamental, propone la multidimensionalidad del proceso de enseñanza-aprendizaje, a partir de tres dimensiones, muy conocidas, pero que generalmente no se tiene en cuenta en su justa dimensión y relación. Tal es el caso

de las dimensiones: humana, técnica y político-social. De cada una Candau (1982) plantea lo siguiente:

Dimensión humana: Si bien la concepción humanística es unilateral y reduccionista, haciendo de la dimensión humana el único centro configurador del proceso de enseñanza- aprendizaje, no obstante, ella explica la importancia de esa dimensión. Ciertamente el componente afectivo está presente en el proceso de enseñanza- aprendizaje.

Dimensión técnica: Se refiere al proceso de enseñanza- aprendizaje como acción intencional, sistemática, que procura organizar las condiciones que mejor propician el aprendizaje. Aspectos como objetivos instructivos, selección del contenido, estrategias de enseñanza, evaluación, etc. [...]

Dimensión política social: Si todo el proceso de enseñanza- aprendizaje es “situado”, la dimensión política-social le es inherente. Él acontece siempre en una cultura específica, trata con personas concretas que tienen una posición de clase definida en la organización social en que viven [...] toda la práctica pedagógica [...] posee en sí una dimensión política social.

Según los especialistas del Ministerio de Educación el término proceso pedagógico incluye los procesos de enseñanza y educación, organizados en su conjunto y dirigidos a la formación de la personalidad, en este proceso se establecen relaciones sociales activas entre los pedagogos y la educación y su influencia recíproca subordinada al logro de los objetivos planteados por sociedad.

En el proceso pedagógico se tienen en cuenta los objetivos sociales, las condiciones en que tiene lugar el proceso y las relaciones que se establecen. La unidad dialéctica existe entre educación y enseñanza, así como la máxima generalidad del concepto educación, por estar presente tanto en el proceso de enseñanza que tiene lugar en la escuela como fuera de estas condiciones específicas

Nótese que en todas las definiciones se habla de la unidad dialéctica entre la enseñanza y la educación, cuyo fin último es la formación o el desarrollo de la personalidad. En la primera, el proceso se ubica en la escuela, en la segunda, se expresa en sentido general y, en la última, se declara que dicho proceso transcurre en la escuela y también fuera de esta.

El Dr. Álvarez de Zayas, es uno de los especialistas cubanos que ha profundizado en el asunto que ocupa a esta investigación, no obstante, en su libro: "La escuela en la vida "no hace referencia al término proceso pedagógico, sino al proceso educativo escolar y al proceso docente-educativo como un proceso educativo escolar (Zayas C. M., 2016).

Después plantea en su libro Hacia una escuela de excelencia que el proceso formativo del hombre no es más que el proceso educativo. Reconoce al término proceso docente-educativo que también puede llamarse proceso de enseñanza-aprendizaje como el proceso mediante el cual se forma sistemáticamente a las generaciones de un país (Zayas C. M., 1996).

Es preciso destacar que en el proceso de enseñanza-aprendizaje la asimilación de los contenidos objeto de aprendizaje se produce a través de un proceso gradual en el cual los estudiantes generalmente van transitando por diferentes niveles. Primero se familiarizan con el conocimiento, acción o procedimiento, una vez comprendido, lo pueden reproducir, utilizando fundamentalmente la memoria, lo cual es la base para luego poder aplicarlo en situaciones diferentes a las que le sirvieron para comprenderlo, realizando un proceso productivo en el cual opera el pensamiento, fundamentalmente el lógico; para finalmente, y tomando en consideración la experiencia acumulada hasta aquí, crear, es decir, como resultado de una fuerte motivación, apelar a la inventiva e iniciativa propia, con imaginación, libertad, perseverancia y pensamiento divergente, lograr resolver problemas con un nuevo enfoque, expresar ideas novedosas, inventar algo útil, que sea valorado por sus compañeros y profesores.

Estos niveles de aprendizaje se manifiestan de forma integral durante el proceso de enseñanza aprendizaje; cada uno cumple su rol. En el Bachillerato, por el nivel de desarrollo que deben haber alcanzado los estudiantes en la maduración de sus procesos psíquicos, se tendrán en cuenta los niveles superiores de aprendizaje.

Nivel de Familiarización

Contenido: Comienza a tener contacto con este. No puede utilizarlo.

Situación problémica planteada: No es capaz de solucionar situaciones aún.

Nivel de Reproducción

Contenido: El contenido es conocido.

Situación problémica planteada: La situación es conocida.

Nivel de Producción o Aplicación

Contenido: El contenido es conocido.

Situación problémica planteada: La situación planteada es nueva, pero dispone de todos los elementos para resolverla.

Nivel de Creación

Contenido: No dispone de todos los elementos

Situación problémica planteada: La situación planteada es nueva y no dispone de todos los elementos para resolverla.

El proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador y formativo constituye la vía mediatizadora fundamental para la adquisición consciente del legado histórico cultural de la humanidad, en forma de conocimientos, habilidades, hábitos, sentimientos, valores y actitudes o comportamientos acordes con las exigencias sociales del momento.

Es preciso plantearse la siguiente interrogante para dar continuidad al análisis de la concepción del proceso de enseñanza – aprendizaje: ¿Qué principios rigen el proceso de enseñanza-aprendizaje?

En la práctica escolar el proceso de enseñanza-aprendizaje puede manifestar una serie de regularidades externas o indicadores de su carácter desarrollador y formativo, algunas de las cuales presentamos a continuación:

-El estudiante se manifiesta como sujeto activo, consciente y comprometido con su propio desarrollo y formación.

-Orientación ideológica de todo el proceso, atendiendo a las exigencias sociales y al contexto.

-Toma en cuenta la preparación antecedente, y niveles de logros, potencialidades, motivos e intereses de los estudiantes.

-Se basa en los postulados de la ciencia, e integra con dinamismo y flexibilidad sus últimos avances.

-Atiende a las necesidades individuales y sociales de los estudiantes.

-Propicia la cooperación y la comunicación entre los estudiantes, en el grupo y bajo la guía, orientación y estímulo del profesor.

-Vínculo con la vida, entre la teoría y la práctica. Los hechos sensibles de la práctica constituyen la base del aprendizaje, elevándose a la teoría como máxima expresión del pensamiento y regresando a su aplicación en el enriquecimiento y transformación crítico-creativa de la realidad.

-Pone atención especial la actividad productiva y creadora, mediante el desarrollo de habilidades y capacidades intelectuales, hábitos, la iniciativa, imaginación, el cuestionamiento, la audacia, la

perseverancia, la independencia y autodeterminación, sin desatender el entrenamiento de la memoria.

-Motivación constante hacia el objeto del conocimiento (intrínseca), evidenciando la unidad de lo afectivo y lo cognitivo.

-Integración coherente de los contenidos formativos transversales del currículum a los contenidos específicos de las asignaturas.

-Los estudiantes aprenden a aprender, desarrollan la necesidad y se entrenan en cómo hacerlo, mediante estrategias de aprendizaje que incluyan todos sus niveles: reproductivo, productivo y creador.

-Desarrollo de procesos meta cognitivos, reflexión acerca de su propio proceso de pensamiento y actuación.

-Clima socio psicológico estimulador del desarrollo personal y grupal.

-Explotación al máximo, de las potencialidades de las nuevas tecnologías de la información y las comunicaciones para su desarrollo y formación.

-Diferenciación de la atención y de la orientación del profesor, de acuerdo con las particularidades de los estudiantes.

La sistematización de estas regularidades u otras, que se manifiestan en el proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador y formativo, da origen a los principios que posibilitan una eficaz dirección de la práctica educativa, por lo que los profesores y directivos deberán tenerlos en cuenta.

Los principios del proceso de enseñanza-aprendizaje, denominados generalmente principios didácticos tienen su origen en la sistematización de la práctica educativa, y se remontan a la época de Comenius, en cuya brillante obra *Didáctica Magna* que, sobre la base de un enfoque religioso y naturalista, estableció un conjunto de requisitos para enseñar todo a todos con facilidad y agrado.

Para proseguir con la caracterización del proceso de enseñanza-aprendizaje, lo cual constituye el propósito fundamental de este trabajo, a continuación, presentamos, los rasgos esenciales que lo tipifican, así como los componentes que lo conforman.

Carácter sistémico.

Para el análisis de este rasgo tan importante asumimos la definición de sistema que ofrece el doctor Álvaro de Zayas, cuando dice que es un “[...] conjunto de componentes interrelacionados entre sí, desde el punto de vista estático y dinámico, cuyo funcionamiento está dirigido al logro de determinados objetivos [...]” De lo anterior se desprende que concebir al proceso de enseñanza-aprendizaje como sistema, presupone que:

- El proceso de enseñanza-aprendizaje tiene una finalidad histórico-concreta.
- En él se producen relaciones entre sus componentes y entre el sistema que conforma el entorno:

A partir de que todo sistema se caracteriza por:

- La integridad de sus componentes (elementos que lo constituyen).
- La jerarquización de un componente sobre otros.
- La centralización de un componente según sea el análisis que se desea hacer.

La integridad, constituye la relación necesaria y obligatoria entre los componentes del sistema, por lo que al cambiar uno de estos conduce generalmente al cambio de todo el sistema.

La jerarquización, implica que en los diferentes componentes del sistema existe el orden inferior y superior.

Así, por ejemplo, en el proceso de enseñanza-aprendizaje como sistema unos de los componentes pueden ser los estudiantes, que en sí mismo constituyen un subsistema del sistema mayor, el proceso de enseñanza-aprendizaje.

La centralización, está relacionada directamente con el aspecto anterior, debido a que el elemento jerarquizado constituye el núcleo entorno al cual giran los demás, en el elemento rector, que en el caso del proceso de enseñanza-aprendizaje pudieran ser los objetivos.

Entre otras características que conforman la concepción del sistema pueden señalarse:

- El conjunto de componentes o elementos que conforman la estructura del sistema.
- Debe estar unido indisolublemente con el medio.

- Debe existir relaciones y conexiones entre sus componentes o elementos.

Existen muchos tipos de sistemas, pero entre los más complejos están aquellos cuya conducta está dirigida al logro de un fin determinado en la sociedad y en el hombre, como es el caso del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Con respecto a la existencia de relaciones en el proceso de enseñanza-aprendizaje por ser considerado un sistema, nos referimos a la concatenación necesaria entre los componentes del mismo.

Para el establecimiento de estas relaciones reiteramos, el indicador más adecuado es la estructura de cada componente.

La estructura de los componentes del proceso de enseñanza-aprendizaje se basa en los tipos de contenidos, los que componen la base del sistema:

*Acción (hábitos, habilidades, capacidades, modos de actuación).

*Conocimientos (, juicios, leyes concepto, principios, categorías).

*Valoraciones (intereses, convicciones, ideales, valores).

*Experiencia creadora (imaginación, proyección, futura).

Para el análisis del proceso de enseñanza-aprendizaje como un sistema íntegro debemos tener en cuenta:

- La interacción entre los componentes (internas). Se refiere al proceso de influencias mutuas.

- La interacción entre los componentes (externas). Se refiere a las conexiones entre los componentes del sistema.
- La interrelación se establece al partir de las relaciones del coordinador y de subordinación

Coordinador: nivel de relaciones mutuas entre los componentes del sistema, que no limitan las relaciones entre dos elementos, ni las relaciones de subordinación.

Subordinación: Dependencia de un elemento del sistema sobre otro.

Carácter procesal:

Es esta una de las características esenciales del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Tal como lo indica su nombre, proceso, es una palabra que indica la presencia de diferentes fases o etapas, de un objeto o fenómeno para producir como resultado un cambio gradual, en un tiempo determinado.

En el caso, donde la naturaleza del proceso está marcada por una gran complejidad y unida al carácter prolongado del mismo.

Ejemplos de las diferentes etapas que permiten asegurar el carácter procesal, pudieran ser:

- Los diferentes niveles de enseñanza por los que atraviesa un sujeto.

- Las diferentes fases o eslabones existentes tanto para enseñar como para aprender durante todo el proceso o parte de este, como es el caso de la clase como componente fundamental del mismo.

- La existencia de diferentes grados en cada uno de los niveles anteriores.

- Los diferentes períodos que pudieran existir en un curso escolar.

Carácter Bilateral:

Este elemento ha sido considerado por la didáctica tradicional que dice que en el proceso de enseñanza-aprendizaje se da la presencia de dos elementos sin los cuales no es posible su existencia: el profesor que enseña y el estudiante que aprende, de ahí que se haya hablado de un carácter bilateral, no obstante, mucho se cuestiona este planteamiento a partir de que es un proceso que ocurre en el espacio interactivo.

Concebir y dirigir un proceso de enseñanza aprendizaje con estas exigencias, precisa el conocimiento integral del estudiante: qué conoce, qué sabe hacer con lo que conoce, cómo lo conoce, cómo se comporta, qué metas tienes, cómo opinan, cómo se autorregula.

Carácter dialéctico:

Este rasgo expresa una posición filosófica de base, con la cual se asume que, entre otros elementos, son las tradiciones las que contribuyen al proceso de enseñanza-aprendizaje sea tan complejo.

Como ejemplo de contradicciones que enfatizan el carácter dialéctico, pueden citarse:

- Contradicción entre la enseñanza y el aprender.

- Contradicción en la relación del profesor y sus estudiantes.

- Contradicción en la relación del estudiante entre sí.

- Contradicción entre querer alcanzar un rendimiento en el aprendizaje y la capacidad real del estudiante para lograrlo.

- Contradicción entre la teoría y la práctica pedagógica.

Carácter legal:

En la esencia del término proceso de enseñanza-aprendizaje, está también su carácter legal, está sometido a determinadas leyes, todo proceso tiene que ser legal.

Tanto los principios como las leyes de las cuales estos se derivan son los que le dan el carácter legal al proceso de enseñanza-aprendizaje.

La dinámica del proceso de enseñanza-aprendizaje mediante sus componentes.

Objetivos, contenidos, métodos, medios, evaluación y formas de organización.

El objetivo del proceso de enseñanza - aprendizaje. El componente rector del proceso de enseñanza-aprendizaje, constituye “ (...) el modelo pedagógico del encargo social, son los propósitos y aspiraciones que durante el proceso (...) se van conformando en el modo de pensar, y actuar del estudiante (...) ”.

(p.3)

Con esta definición el doctor Álvarez de Zayas declara que los objetivos constituyen el componente que mayor refleja el carácter social del proceso pedagógico e instituyen la imagen del hombre que se intenta formar en correspondencia con las exigencias sociales que compete cumplir a la escuela.

De ahí que se evidencie claramente el carácter rector del objetivo de su incomparable trascendencia con respecto al resto de los componentes además de esta característica, posee otros que también lo definen, tal es el caso de:

- Entre sus funciones está la de orientar el proceso para lograr la transformación del estado real de los estudiantes, al estado deseado que exige el modelo de hombre que se aspira formar.

- Es el componente que determina al resto de los componentes, y estos en relaciones de subordinación y coordinación influyen sobre el mismo.

- Responde a la pregunta: ¿para qué enseñar?, ¿para qué aprender?

- En el componente más subjetivo, en tanto constituye una aspiración, un propósito a alcanzar.

- Por su carácter rector es expresión de la esencia del proceso.

- Como parte de su estructura contempla tres elementos fundamentales: acciones-conocimientos-valoración.

Una adecuada determinación y formulación de los objetivos del proceso de enseñanza-aprendizaje, y por tanto de la clase, garantiza la eficiencia de ambos y contribuye a la construcción de

un aprendizaje desarrollador, lo cual se produce desde la determinación, que tenga en cuenta que ese objetivo responde a las dimensiones de ese tipo de aprendizaje.

Contenido del proceso de enseñanza-aprendizaje:

Para categorizar este componente partimos de que si en su relación con el objeto, este es componente rector, el contenido es el componente primario del proceso de enseñanza-aprendizaje, pues no es posible pensar en un objetivo sin tener un contenido, lo cual no significa renunciar a quien sea el objetivo quien determine al contenido, el problema está en que una vez este se formule, entonces dispondrá de aquella parte del contenido que deberá ser motivo de apropiación por el estudiante.

Queda declarado así las relaciones de subordinación y coordinación entre ambos componentes realmente la relación objetivo-contenido es tan estrecha que en esencia hay que saber bien cómo detectar la identidad y diferencia de cada cual.

Como bien se planteó al analizar el carácter sistemático del proceso, es necesario partir de " algo " para establecer la relación que se da entre sus componentes, en este caso acordamos que fuese el propio objetivo y/o la estructura de ambos componentes, nos referimos a la trilogía: acción-conocimiento-valoración.

CAPÍTULO 3. El proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática

La matemática es una materia que está en el programa curricular de todo estudiante pues esta asignatura tiene una elevada influencia en el desarrollo del pensamiento lógico y habilidades de razonamiento. Para aspirar a una enseñanza de calidad en esta ciencia se deben considerar los aspectos que en ella se desarrollan y uno de ellos es la solución de ejercicios.

El proceso enseñanza aprendizaje de la Matemática es definido por Arnaiz, et al. (2014) citado Bello & López (2019) como:

“ el proceso educativo institucional que de modo más sistémico organiza y estructura la enseñanza de la Matemática en relación con la manera que debe ocurrir el aprendizaje de esta ciencia, a partir de la relación esencial que se da entre los objetivos de la Matemática y la precisión de sus contenidos y de éstos con la dinámica (profesor, estudiante, métodos, medios, formas, evaluación) a través de los cuales es posible lograr la educación vinculada de manera directa a un determinado contenido de la Matemática, expresado en planes y programas de estudio”. (p.4)

La enseñanza de la matemática en los enfoques actuales de aprendizaje pone de manifiesto igualmente la necesidad de integrar factores motivacionales en la explicación del rendimiento matemático. Desde esta perspectiva, una adecuada motivación es

necesaria para la regulación de las estrategias cognitivas y metacognitivas que requiere un aprendizaje matemático significativo (Mercader y Siegenthaler, 2017).

El Comité Latinoamericano de Matemática Educativa y la Coordinación Educativa y Cultural Centroamericana, presentan lineamientos para la enseñanza de la matemática que se orientan en varios aspectos, en los que se destaca la modelación y resolución de ejercicios y problemas (Ardila, 2009).

Específicamente sobre la enseñanza de la matemática Ortiz (2012) plantea, que es necesario encontrar nuevas alternativas para desarrollar positivas y novedosas experiencias de aprendizaje. Es preciso salirse de las formas tradicionales de enseñanza y adentrarse en la búsqueda de nuevos recursos y estrategias para enseñar, pues lo que hasta la fecha se ha venido realizando no siempre ha garantizado el rendimiento académico deseado.

Este autor enfatiza en que el factor más importante para asegurar aprendizajes efectivos en el área de Matemáticas es la preparación de la clase por parte del profesor. Una clase que se prepare de modo que los estudiantes tengan un papel protagónico y el docente se convierta en un facilitador que oriente y guie la clase. En este sentido, el docente debe atender de manera particular los requerimientos de los estudiantes.

Al abordar los componentes del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática coincidimos con los componentes personales y personalizados declarados en la teoría el estudiante, el grupo, el profesor, el objetivo, contenido, métodos, medios,

formas organizativas y evaluación. Es de interés del autor profundizar en el componente contenido el cual tiene como elementos esenciales el sistema de conocimientos, el sistema de habilidades, el sistema de valores, los niveles de asimilación y profundidad del contenido. Dentro de este el desarrollo de habilidades en los estudiantes es recurrente y necesaria al reconocer que estas han de convertirse en herramientas que permitan a los estudiantes enfrentar y resolver los problemas que se le pueden presentar en la vida práctica.

3.1. El Rol del Trabajo Independiente en la resolución de ejercicios

En la pedagogía contemporánea al realizar un análisis de la literatura dedicada al estudio del trabajo independiente se advierte la ausencia de un criterio único. Cada investigador destaca una perspectiva diferente a aquello en la cual se identifique su investigación.

Sobre el trabajo independiente algunos autores plantean:

Según Guillermina Labarrere Reyes la esencia del trabajo independiente está en la realización de las tareas docentes por parte de los estudiantes bajo la dirección del profesor. Sin lugar a duda para la autora el trabajo independiente de los estudiantes en la adquisición de conocimientos no se distingue por el carácter reproductivo del pensamiento sino por el carácter productivo que pueda alcanzar el más alto nivel de la creación. De ahí que la profundidad y la solidez de los conocimientos dependan en buena medida del desarrollo del trabajo independiente.

El trabajo independiente es un método de enseñanza, una vía para el desarrollo de hábitos y habilidades indispensables que permite el desarrollo de la independencia cognoscitiva pues constituye un elemento primordial para formar una personalidad nueva, con mayor confianza y mejor autoestima, por lo que es una premisa que facilita la actividad creadora e innovadora.

Al respecto Estrada (2010, p.5) cita a Mirtha del Llano Meléndez (1984) quien considera que "La aplicación sistemática del trabajo independiente a partir de la organización de un sistema de tareas, garantiza la elevación de la actividad cognoscitiva independiente de los estudiantes."

Como se puede apreciar en este planteamiento, el trabajo independiente es un aspecto interno y externo del proceso de enseñanza que está dirigido a consolidar, ampliar y profundizar los conocimientos, habilidades y hábitos adquiridos sin excluir el papel del profesor y de los estudiantes. El estudio independiente se establece, dentro del aula, como parte de la clase y fuera de clase, se ha de designar su estructura, asignársele el tiempo que se le dedicará. En el trabajo independiente hay tres elementos fundamentales a tener en cuenta para el estudio del tema, ellos son: El esfuerzo personal, la iniciativa y la autonomía.

El trabajo independiente debe tenerse presente en todas las clases, sobre todos si se trata de una asignatura como la Matemática. No pueden faltar los siguientes indicadores:

- Existencia de habilidades básicas y conocimiento previo.

- Dirigida al colectivo o diferencias individuales.
- Aportar nuevos conocimientos o crear hábitos y habilidades.
- El empleo de medios de enseñanza para lograrlo.
- Distribución adecuada de tareas.

Estos elementos que se han mostrado en relación con el trabajo independiente, su valor positivo e importancia en el proceso de enseñanza conquista su mayor connotación. Al analizar la concepción del aprendizaje de L.S. Vigotsky, se entiende que el aprendizaje es una actividad social y no sólo un proceso de realización individual como se había sostenido, una actividad de producción y reproducción del conocimiento mediante el cual el joven asimila los modos sociales de actividad y la interacción y más tarde en la escuela los fundamentos del conocimiento científico bajo interacción social.

Con este concepto del aprendizaje se pone en el centro de atención el sujeto activo, consciente, orientado hacia el objetivo, su interacción con otros sujetos, sus acciones con el objeto, con la utilización de diversos medios en condiciones socio-históricas.

Lograr que el profesor se prepare, que sea dependientes de su propio aprendizaje, al proponerles diferentes tipos de trabajo independiente tales como:

1. Trabajo independiente por modelo.
2. Trabajo independiente reproductivo.
3. Trabajo independiente productivo
4. Trabajo independiente creativo.

Impulsar el aprendizaje productivo es un compromiso de todo profesor, alcanzar desarrollar las habilidades, hábitos y capacidades, es esencial para alcanzar la independencia cognoscitiva. También puede resultar perjudicial el excesivo tutelaje y la falta de incentivación y orientación en los momentos claves. En este orden, al adentrarse en la manera de enseñar a resolver ecuaciones de forma independiente, es primordial que el profesor desde una posición transformadora movilice aquellos conocimientos y las habilidades que el estudiante posee.

Es importante que los profesores desarrollen en las clases de consolidación de Matemática las habilidades necesarias que se sugieren para trabajar con independencia en la solución de ecuaciones, para que de esta forma contribuya a elevar el desarrollo intelectual del estudiante con el fin de lograr niveles superiores en el pensamiento, esto exige determinadas formas de organizar la actividad en el aprendizaje del contenido de enseñanza que lo hagan pasar de la simple y mecánica repetición, a la aplicación de los conocimientos a la vida práctica.

Los autores de esta obra consideran además, que el trabajo independiente, permite evaluar la referencia a tres rasgos fundamentales: actividad, creatividad e independencia, la participación de los estudiantes como agentes de ejecución, el uso de las habilidades y de la información que poseen en situaciones similares o nuevas y el trabajo por sí mismo, sin la orientación constante del profesor, este último solo cumple una función de orientador o facilitador para el desarrollo de la actividad.

Hemos estimado necesario para una mejor comprensión de los elementos teóricos precedente en esta investigación definir los siguientes conceptos:

Autonomía: Es considerado como la posibilidad del individuo de actuar de forma independiente y libre con un nivel libre de ayuda.

Independencia cognoscitiva: Es una cualidad de la personalidad que se caracteriza por dos factores: en primer lugar, por un conjunto de medios que adquiere el individuo (conocimientos, habilidades y hábitos); en segundo lugar, por las relaciones de los individuos hacia el proceso de enseñanza aprendizaje sus resultados y sus condiciones de su realización.

CAPÍTULO 4. Tratamiento de las ecuaciones: un procedimiento matemática fundamentado

El tratamiento de las ecuaciones constituye un pilar central en el ámbito matemático, siendo fundamental para resolver una amplia variedad de problemas en diferentes disciplinas. En este capítulo, exploraremos los conceptos esenciales relacionados con las ecuaciones, desde su definición básica hasta los métodos avanzados de resolución. A lo largo de la historia, eminentes matemáticos han contribuido al desarrollo de técnicas para abordar ecuaciones, estableciendo los cimientos sobre los cuales se construye nuestro entendimiento actual. Este capítulo servirá como un punto de partida para adentrarnos en este fascinante campo, proporcionando las bases necesarias para comprender y aplicar eficazmente los principios del tratamiento de ecuaciones.

Ecuaciones: definiciones actualizadas

Con la intención de adentrarse en el tratamiento que desde el punto matemático se le debe ofrecer a la resolución de ecuaciones es preciso presentar la definición de ecuaciones y en esta ocasión se toma la ofrecida por Bello & López (2019).

Una ecuación es una igualdad entre dos expresiones algebraicas, denominadas miembros, en las que aparecen valores conocidos o datos, y desconocidos o incógnitas, relacionados mediante

operaciones matemáticas. Los valores conocidos pueden ser números, coeficientes o constantes; y también variables cuya magnitud se haya establecido como resultado de otras operaciones. Las incógnitas, representadas generalmente por letras, constituyen los valores que se pretende hallar. Todo problema matemático puede expresarse en forma de una o más ecuaciones. No obstante, no todas las ecuaciones tienen solución, ya que es posible que no exista ningún valor de la incógnita que haga cierta una dada igualdad. También puede ocurrir que haya varios o incluso infinitos conjuntos de valores que la satisfagan. (p.27)

En este mismo orden de ideas los autores citados destacan cómo se resuelve una ecuación:

Lo primero que hay que saber es que toda ecuación algebraica de grado n con coeficientes reales o complejos tiene al menos una raíz real o compleja. Este enunciado es el teorema fundamental del álgebra. D'Alembert fue el primer matemático que dio una demostración, pero no era completa. Se considera a Gauss como el primer matemático que dio una demostración rigurosa (p. 27)

Varios han sido los matemáticos que a lo largo de la historia de esta ciencia se han destacado en el trabajo con las ecuaciones. Dentro de ellos se destacaron Diofanto de Alejandría, Francois Vieta, René Descartes y el matemático francés Francois Vieti quien llevó a cabo importantes estudios sobre la resolución de ecuaciones; resultados que ejercieron una gran influencia en matemáticos del siglo posterior como Pierre de Fermat en Francia e Isaac Newton en Inglaterra (Domínguez, 2020).

En 1600 a.n.e en las tablillas de barro con escrituras cuneiforme de la época babilónica se hallan algunos cuadros con las potencias de los números muy semejantes a las actuales tablas de logaritmos; en ellas se ilustran problemas donde se plantean materias tales como: a que exponente hay que elevar un número para obtener otro también preferido, para nosotros es, ¿cuál es el logaritmo de este último número en un sistema cuya base es el primero de los números dados?

En el 250 a.n.e el fenomenal matemático griego Arquímedes de Siracusa, en su obra “Arenario” señala la propiedad de los exponentes que conduciría a la creación de los logaritmos, la idea definitiva de los logaritmos se debe al matemático escocés Juan Neper (1595), el utilizó como base para sus logaritmos un número irracional designado por la letra “e” aproximadamente igual a 2,718281 y en su honor estos logaritmos se le denominan logaritmos neperianos (Ruíz, s/f).

Como se aprecia en esta breve referencia histórica que también se contempla en libros de texto del bachillerato da una idea de la incesante búsqueda del conocimiento humano y como este no se manifiesta de la noche a la mañana, sino en años, siglos de desvelos, sacrificios, voluntad, sistematicidad de geniales hombres de ciencias; dejándonos un legado infinito de sabiduría y que todavía en nuestros días, científicos de hoy, tratan de dilucidar la información de pergaminos antiguos.

Tipos de ecuaciones: su tratamiento por niveles de enseñanza

En el bachillerato los sistemas de ecuaciones lineales son un tema importante dentro de los contenidos de Matemáticas. Es relevante adentrar a los estudiantes en esta temática considerando los aspectos que pueden influir en el proceso de asimilación de este contenido: aspecto verbal, aspecto algebraico y el aspecto gráfico. Uno de los más relevantes es el aspecto verbal que trata sobre la comprensión del enunciado que se emplea para presentar el ejercicio, cuestión que se identifica como una de las dificultades más frecuentes en los estudiantes pues no logran comprender lo que se les pregunta, ni identifican las incógnitas para luego plantear la ecuación algebraica (Rosa y Martínez, 2014).

Podemos afirmar que para lograr la asimilación del contenido asociado a las ecuaciones existe todo un procedimiento desde la enseñanza primaria. Las ecuaciones se introducen primero utilizando ejemplos sencillos de una forma intuitiva y por reflexiones lógicas desde la enseñanza primaria. En la secundaria se les da solución a ecuaciones lineales y las ecuaciones de segundo grado; en estos niveles se desarrolla el trabajo algebraico. Luego se continúa profundizando en el Bachillerato con las ecuaciones fraccionarias, radicales, trigonométricas, exponenciales y se debe sistematizar las operaciones con polinomios, la factorización a partir de las necesidades de resolver determinados tipos de ecuaciones, como cuadráticas y fraccionarias.

En las ecuaciones cuadráticas se destaca el trabajo con el discriminante destacándose el caso $D < 0$ para resaltar la

insuficiencia del conjunto de los números reales y la necesidad de una posterior ampliación como lo han hecho anteriormente con otros dominios numéricos, y en las fraccionarias el trabajo con las proporciones, procedimientos con fracciones algebraicas y con números fraccionarios.

Precisamente, el tratamiento de las ecuaciones constituye un punto básico de la formación matemática para la realización de los objetivos de la enseñanza de esta asignatura y es determinante en todos los grados escolares. Al trabajo con las ecuaciones se dedica gran parte del tiempo en toda la enseñanza de la Matemática. Su tratamiento se realiza de forma explícita o implícita en diferentes complejos de materias.

En las asignaturas correspondientes a las ciencias, así como en otros campos de la enseñanza desempeñan las ecuaciones una función importante, además, el tratamiento de las ecuaciones en las clases permite contribuir al desarrollo intelectual de nuestros jóvenes, a través del desarrollo de su pensamiento lógico, del pensamiento creativo, por medio de la racionalización del trabajo mental.

Algo esencial en el tratamiento de las ecuaciones es la posibilidad que ofrece este tema para contribuir a la formación de la personalidad en los estudiantes. Lo anterior se manifiesta cuando el profesor muestra a sus estudiantes que muchos problemas de la vida se resuelven a través de la modelación de una ecuación. Además, existe la variante de que el docente exija a los estudiantes que discutan la solución de una ecuación en grupo o que critiquen

lo que hacen los demás y se auto critiquen; que sean constantes en el trabajo, que laboren con limpieza exactitud y planificación.

Resulta preciso emplear el método de solución de ecuaciones por reflexiones lógicas sobre el contenido en la enseñanza de la Matemática. Un primer aspecto relevante es que en el tratamiento de las ecuaciones se propicia la formación de capacidades mentales generales. Conjuntamente, la aplicación de las reflexiones lógicas posibilita la asimilación del contenido, de conceptos fundamentales y capacita a los estudiantes para aplicarlo de forma segura. Otro elemento fundamental es que el saber y el poder en el trabajo por reflexiones lógicas sobre el contenido contribuye a la comprensión y la aplicación razonable de los procedimientos de solución según el cálculo algorítmico. También podemos afirmar, que partir de la solución de ecuaciones por reflexiones lógicas, los estudiantes puedan obtener algoritmos que racionalicen la determinación del conjunto solución.

En el tratamiento de las ecuaciones es conveniente considerar la solución de estas a través de reflexiones lógicas, y por otra parte aplicando procedimiento de carácter algorítmico, pues ambas formas de trabajo contribuyen a la formación de la personalidad de los estudiantes.

Resolver ecuaciones por reflexiones lógicas del contenido demanda a los estudiantes un gran trabajo mental y es aplicable a todas las ecuaciones de un tipo determinadas, asegura la determinación de todas las soluciones posibilitando el trabajo racional. En la solución de ecuaciones por reflexiones lógicas prevalece el aspecto semántico, o sea el referido a la comprensión

del contenido al significado de la palabra, mientras que por procedimientos algorítmico resalta el aspecto sintáctico, es decir lo referido a los símbolos y serie de símbolos.

Un factor imprescindible en la solución de ecuaciones es que siempre no se hacen transformaciones equivalentes, cuya aplicación exige de la comprobación para verificar cuales de los valores obtenidos como resultado de las transformaciones son solución de la ecuación. La prueba se debe hacer siempre en la ecuación original y si se obtiene como resultado una solución verdadera, entonces el estudiante puede reconocerla como solución.

Efectivamente como se está hablando de un proceso que es pedagógico no deben faltar ciertas apoyaturas metodológicas que contribuyan a que los profesores que trabajen las ecuaciones lo hagan según precisan los programas de Matemática y las Orientaciones Metodológicas en los distintos grados de la enseñanza.

En este contexto es pertinente empezar por las causas que generan los actuales problemas en la enseñanza aprendizaje en la solución de ecuaciones. Es evidente que en esta problemática inciden diversas causas, diversos factores entre los cuales podemos resaltar:

La estimulación es indirecta, mediatizada o mezclada con la acción del profesor, que por lo general enseña cómo se encuentra la solución de un problema específico.

No se logran formas de actuación generalizadas en el estudiante que son muy necesarias pues representan un desarrollo en sí mismas y son aplicables, en general, para la vida.

Los parámetros de dificultad establecidos para la resolución de ecuaciones son por lo general, pocos precisos por lo que la graduación no es buena y no siempre posibilita, por ejemplo, reconocer analogías y establecer relaciones entre ecuaciones ya resuelta.

CAPÍTULO 5 Sistema de ejercicios: una propuesta de investigación

En el ámbito de la educación y la investigación pedagógica, el concepto de sistemas ha cobrado una importancia creciente en los últimos años. Desde su utilización para describir la organización de fenómenos educativos hasta su aplicación como metodología de estudio e investigación, el enfoque sistémico ha demostrado ser una herramienta poderosa para comprender la complejidad de los procesos educativos. En este capítulo, exploraremos el papel de los sistemas en la elaboración de un sistema de ejercicios, analizando su estructura, características y su contribución al proceso de enseñanza y aprendizaje.

5.1. Los sistemas: su conceptualización

Teniendo en cuenta que en esta obra se propone un sistema de ejercicios, a continuación, se define su concepto y estructura según diferentes autores.

El término sistema se usa profusamente en la literatura de cualquier rama del saber contemporáneo y en la pedagógica se ha venido incrementando en los últimos años.

De manera general el término se utiliza:

- Para designar una de las características de la organización de los objetos o fenómenos de la realidad educativa.
- Para designar una forma específica de abordar el estudio (investigar) de los objetos o fenómenos educativos. (enfoque sistémico, análisis sistémico)
- Para designar una teoría sobre la organización de los objetos de la realidad pedagógica. (Teoría General de Sistemas)
- Para designar un tipo particular de resultados de la investigación pedagógica.

Estas dimensiones no son independientes entre sí por lo que la comprensión de cualquiera de ellas debe realizarse en el contexto de las restantes. Para ello se debe reflexionar acerca del concepto sistema como esencia de la Teoría General de los Sistemas. De acuerdo con la concepción dialéctico materialista formulada por Marx; Engels y Lenin las cosas y fenómenos del mundo objetivo no existen caóticamente, sino interrelacionadas y mutuamente condicionadas.

Junto a la idea del mundo sistémico los clásicos del marxismo plantearon la idea de la infinitud que supone el reconocimiento de la posibilidad de una heterogeneidad cualitativa, de la existencia en el mundo de diferentes niveles estructurales de la materia. Por ello, sin negar las decisivas aportaciones de Berthalanffy y de sus seguidores y el papel que ha desempeñado el desarrollo de las ciencias de la computación a la consolidación de una Teoría General de Sistemas, resulta necesario reconocer a la filosofía marxista el haber sentado las bases para todo su desarrollo ulterior.

La definición de sistema que se emplea en esta investigación se toma del estudio realizado por Fernández (2009) quien al citar a Marcelo Arnold y F. Osorio (2003, p.6) lo declara “Un conjunto de elementos que guardan estrechas relaciones entre sí, que mantienen al sistema directa o indirectamente unido de forma más o menos estable y cuyo comportamiento global persigue, normalmente un objetivo”.

Puede apreciarse, que existe un consenso al señalar que:

- El sistema es una forma de existencia de la realidad objetiva.
- Los sistemas de la realidad objetiva pueden ser estudiados y representados por el hombre.
- Existen también sistemas que el hombre crea con determinados propósitos.
- Un sistema es una totalidad sometida a determinadas leyes generales.
- Un sistema es un conjunto de elementos que se distingue por un cierto ordenamiento.
- El sistema tiene límites relativos, solo son “separables”, “limitados” para su estudio con determinados propósitos.
- Cada sistema pertenece a un sistema de mayor amplitud, “está conectado”, forma parte de otro sistema.
- Cada elemento del sistema puede ser asumido a su vez como totalidad.
- La idea de sistema supera a la idea de suma de las partes que lo componen. Es una cualidad nueva

5.2. Los sistemas de ejercicios y sus exigencias metodológicas

El enfoque de sistema, condicionado por las peculiaridades de la revolución científico-técnica, maneja el caudal de las ideas, los principios y los procedimientos concretos de investigación de los sistemas reales de la realidad e integra cada día más los avances que se producen en la ciencia y la técnica. Por ello no resulta cómodo sintetizar todo el volumen de conocimiento que se han venido acumulando en este campo.

Por esta razón importante señalar que en las investigaciones en sistema se han venido diferenciando dos esferas suficientemente especializadas: el teórico- metodológico y la aplicada.

Existen dos grandes grupos complementarios de diseños para la investigación sistémica:

Perspectivas en donde las distinciones se concentran en la relación entre el todo y las partes. La cualidad esencial de un sistema está dada por la interdependencia de las partes que lo integran y el orden que subyace a tal interdependencia.

Perspectivas en donde las distinciones conceptuales se concentran en las corrientes de entrada y salida del sistema mediante los cuales el sistema establece una relación con su ambiente.

En ambos casos, algunos autores recomiendan la aplicación de la “Dinámica de sistemas” o “análisis sistemático” que es una

metodología para construcción de modelos de sistemas sociales mediante el uso de lenguajes formalizados. Tal metodología presupone las siguientes acciones:

- Observación del comportamiento del sistema real.
- Identificar los componentes y procesos fundamentales del mismo.
- Identificar las relaciones existentes entre dichos componentes y procesos y las que existen entre el sistema y su medio.
- Identificar las estructuras de retroalimentación. (Entrada y salida)
- Construcción de un modelo formalizado. (Representación modélica de los elementos y de las relaciones que se establecen entre ellos). Dicha representación deberá incluir: Contexto en el que se ubica el sistema y relación que se establece entre ambos, Componentes que lo integran, relaciones entre los componentes.

La idea del sistema como resultado científico pedagógico aparece en propuestas de sistemas de diferente índole: sistemas didácticos, sistemas de ejercicios, sistemas de acciones, sistemas de medios, entre otros. En el caso de la investigación realizada por Sánchez (2009) donde se propone un sistema de ejercicios para contribuir al aprendizaje en la resolución de ecuaciones se destacan problemáticas que obstaculizan en los estudiantes la habilidad de resolver ecuaciones, para su comprensión se mencionan a continuación:

- Los libros de textos del bachillerato no presentan variedad de ejercicios, ni profundiza en las diferentes vías de solución al resolver las ecuaciones con radicales.
- Los estudiantes no se sienten motivados para resolver estas ecuaciones.
- Pobre dominio de los algoritmos y propiedades a utilizar en las ecuaciones.
- Profesores noveles que no tienen dominio de este contenido y carecen de la metodología para enseñarla.
- Las bibliografías de consultas, como folletos, software, contienen ecuaciones con radicales, con un grado de dificultad bajo o alto.
- Los profesores tienen que elaborar ejercicios continuamente, de ecuaciones con radicales, acorde a los diferentes niveles de asimilación del conocimiento por parte de sus estudiantes.

Es preciso destacar que en la medida que el sistema se vincula con el medio, sus relaciones cambian y en la medida que estas cambian, ello repercute en su relación con el medio. Esta relación es especialmente fuerte en los sistemas abiertos.

En el libro “La Dialéctica y los Métodos Generales de la Investigación” citado por Villalobos (2009) se señala que: “los principios del enfoque sistémico permiten modelar la interacción de determinados elementos del objeto y de todo el objeto con su medio y se enfatiza que en la modelación el sujeto, sin entrometerse en la diversidad o variedad objetiva inherente al original, regula sus posibilidades reflexivas. Cuando no existe el objeto, o cuando el

existente requiere ser sustituido, hay que diseñar un nuevo sistema a partir del análisis de determinados presupuestos teóricos y de datos empíricos obtenidos en la práctica” (p.33). Esto es lógico, si se modificara el aspecto estático estructural, el objeto sería otro.

Pero, entonces cuando nos proponemos modificar el aspecto estructural de un objeto o construir un nuevo objeto ¿qué se obtiene?

Si a todo lo anterior se añade que la definición más general de lo que es un modelo, enfatiza en que este es una “representación de algún tipo de organización del objeto”, “Constructos diseñados por un observador que persigue identificar y mesurar relaciones sistémicas complejas” y que el modelo tiene el propósito de sustituir al objeto para a partir del mismo descubrir las características o propiedades del objeto modelado se puede deducir que el modelo se construye a partir de un sistema real y que cuando ese sistema real no existe, o requiere ser modificado y por lo tanto reelaborado, hay que apelar a un nuevo sistema. (Sistema finalizado o sistema optimizado).

CAPÍTULO 6: Procedimiento del trabajo de investigación

En el capítulo sobre el procedimiento del trabajo de investigación, nos adentramos en la aplicación práctica de la metodología investigativa en un estudio no experimental, exploratorio y descriptivo. En lugar de modificar las condiciones del proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática o controlar variables, nuestro objetivo es identificar las carencias y potencialidades de los estudiantes en la resolución de ecuaciones con radicales. A partir de este diagnóstico, elaboraremos un sistema de ejercicios diseñado para abordar estas necesidades específicas. Describiremos detalladamente las acciones planificadas para implementar este estudio, siguiendo los criterios establecidos por Hernández et al. (2014), e incluiremos la aplicación del método de consulta de expertos conocido como Delphi para validar nuestra propuesta.

6.1. "Aplicación Práctica de la Metodología Investigativa"

El estudio es no experimental, exploratorio y descriptivo. Lo anterior se sustenta en que la investigación no pretende modificar las condiciones en que se ejecuta el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática ni controlar variables, es decir no procura estudiar la influencia que pueda ejercer el sistema de ejercicios en el aprendizaje de los estudiantes sino identificar las carencias y potencialidades de los estudiantes en la resolución de

ecuaciones con radicales y en función de este diagnóstico elaborar un sistema de ejercicios que se ofrece como una propuesta viable para el tratamiento de este contenido en su contexto, y se describirán las acciones para su posible implementación posterior en la práctica educativa de acuerdo con los criterios de Hernández et al., (2014). Se aplica el método de consulta de expertos denominado Delphi para la validación de la propuesta por considerarse apropiado para las investigaciones que emplean un enfoque mixto cualitativo- cuantitativo.

6.2. "La Revelación del Enfoque Metodológico en la Investigación"

Para el desarrollo de la investigación se emplea un enfoque mixto donde se vinculan los métodos cualitativos con los cuantitativos para la recogida y procesamiento de la información, uno precediendo al otro, pero siempre relacionados en cada etapa de la investigación. En el estudio, desde el diseño y aplicación de los instrumentos, para la investigación de campo, se evidencia esta relación mixta, pues alguno de los datos obtenidos se interpreta y analizan con el enfoque cuantitativo y otros se basan en la identificación profunda de las realidades y las relaciones de manera cualitativa, como lo plantea Iñiguez et al. (2017).

6.3. El Contexto: Donde Comienza la Historia

La investigación se desarrolla en la Unidad Educativa Fiscal Dr. Wilfrido Looz Moreira. Es una escuela de Educación Regular situada

en la parroquia de Quiroga, Cantón Bolívar, ubicado en la provincia de Manabí, Ecuador. Este centro tiene una matrícula de 739 estudiantes que van desde el nivel inicial hasta el bachillerato.

En esta institución existe un total de 196 estudiantes de bachillerato que conforman la población de estudio. Se empleó la selección intencional no probabilística, constituida por los 30 estudiantes del grupo 1 del Bachillerato.

En el grupo de forma general existen buenas condiciones de salud por lo que desde el punto de vista biológico están en condiciones de asimilar los contenidos de las diferentes asignaturas.

En los procesos cognoscitivos existen dificultades, 19 estudiantes (el 63,3%) se caracteriza por presentar deficiencias en los diferentes procesos de la memoria fundamentalmente en la fijación lo que implica afectación en la reproducción de los contenidos. También se evidencia afectación en la atención, pues se observa poca concentración en las diferentes actividades docentes.

Otro proceso que arroja dificultades es el pensamiento, especialmente las operaciones de análisis, generalización y la creatividad. Por esta razón tienen grandes limitaciones para resolver problemas. Sólo 6 estudiantes (20,0%) poseen un adecuado nivel de desarrollo de los procesos cognitivos y 5 manifiestan buena memoria y atención, pero presentan afectación en los procesos del pensamiento.

Su ritmo de trabajo es lento, precisan de muchos impulsos para realizar las tareas dentro y fuera de la clase, solo 5 manifiestan un desenvolvimiento aceptable en la resolución de las ecuaciones.

Mantienen buenas relaciones entre sí y se ayudan mutuamente en las diferentes tareas que planifican en el grupo y la Unidad educativa, son cariñosos y afectuosos, aunque no siempre aplican las reglas de educación formal en bibliotecas y laboratorios.

En cuanto a la familia, se puede decir, que es el núcleo principal de la mayoría de los problemas, sólo 4 estudiantes viven con sus padres, los restantes lo hacen con uno sólo de los dos, o con abuelos y tutores recibiendo cariño, amor y ternura de estos siendo lo principal en esta relación; el estado de la vivienda es buena en la mayoría de ellos, en un por ciento menor está regular, pero con condiciones higiénicas aceptables.

Por lo que se puede concluir que existen condiciones favorables desde el punto de vista sociodemográficas para desarrollar las diferentes actividades del proceso docente educativo.

6.4. Procedimientos Metodológicos Revelados

La investigación se desarrolló en seis fases. La primera se centró en realizar un acercamiento al contexto de investigación, específicamente al bachillerato de la Unidad Educativa Fiscal Dr. Wilfrido Looz Moreira. En la fase dos se seleccionaron y diseñaron los instrumentos que por sus características se adaptaban al tipo de investigación y permitía el desarrollo del estudio de campo; en este caso fueron la encuesta, la guía de observación, la prueba pedagógica y la guía de revisión documental, estos instrumentos fueron revisados y aprobados por especialistas en el tema.

La fase tres se dedicó a la aplicación de los instrumentos para la recolección de datos empíricos. Es preciso destacar que todos se aplicaron en el contexto del grupo 1 de bachillerato de la Unidad de estudio escenario de investigación. El análisis e interpretación de los resultados se realizó en la fase 4 y la cinco y la seis se enfocaron en el diseño del sistema de ejercicios como propuesta de mejora y la evaluación de esta propuesta por criterio de expertos respectivamente.

Capítulo 7."Analizando los Resultados: Claves para la Comprensión"

En el capítulo 7, "Analizando los Resultados: Claves para la Comprensión", se examinan detalladamente los instrumentos aplicados en el contexto del bachillerato para obtener datos significativos sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de la resolución de ecuaciones con radicales. A través de una variedad de herramientas como entrevistas, encuestas, observaciones en clases y pruebas pedagógicas, se recopilan datos valiosos que permiten comprender las estrategias metodológicas empleadas por los profesores y el desempeño de los estudiantes en este importante contenido matemático. Estos instrumentos proporcionan una visión integral y detallada del panorama educativo, facilitando así el análisis y la interpretación de los resultados obtenidos.

7.1. Instrumentos aplicados en el contexto del bachillerato

Se diseñó una entrevista de escasas preguntas abiertas que fue aplicada de manera unánime al profesor de matemática y al directivo de la unidad educativa. Esta técnica tuvo la intención de recopilar algunos criterios que permitieran caracterizar a grandes rasgos al grupo 1 de bachillerato de la Unidad Educativa Fiscal Dr. Wilfrido Loor Moreira como primer acercamiento a este grupo muestra.

La encuesta que se diseñó estuvo estructurada en 4 preguntas con varios literales y se aplicó a los 30 estudiantes del grupo 1 de bachillerato, en su propio salón de clase, pero de manera independiente. Los encuestados pudieron responder considerando

una escala de frecuencia desde siempre hasta nunca (siempre, casi siempre, a veces, nunca). Esta técnica resultó oportuna para constatar las estrategias metodológicas que siguen los profesores y estudiantes en la resolución de ecuaciones con radicales, así como su nivel de satisfacción que experimentan estos con los resultados obtenidos.

En la investigación se empleó una guía de observación que contempló 6 elementos a observar en las visitas a clases de matemática. Se observaron dos clases de esta asignatura en el grupo 1 de bachillerato, donde los objetos de observación fueron profesor y estudiantes. En la medida que se desarrolló la clase el investigador tomaba notas del comportamiento de cada uno de los 6 elementos que se estaban midiendo. Al concluir la visita de la clase el visitador, en este caso el investigador logra constatar cómo se realiza la atención a las diferencias individuales y el desempeño que poseen los estudiantes en la resolución de ecuaciones.

La prueba pedagógica se diseñó con el objetivo de diagnosticar el nivel de conocimiento que poseen los estudiantes en el contenido resolución de ecuaciones y sus principales dificultades. En ella se diagnostican las habilidades de los estudiantes para la resolución de ecuaciones lineales, cuadráticas, fraccionarias, radicales, sencillas y que tengan transformaciones; así como la resolución de ecuaciones combinadas. La prueba Pedagógica Inicial contiene tres ejercicios: el ejercicio 1 ecuaciones sencillas (1er nivel de desempeño); el 2, ecuaciones con un mayor rigor (2do nivel de desempeño); el 3, ecuaciones combinadas (3er nivel de desempeño). Esta prueba se aplicó en tres momentos por la

cantidad de ejercicios ganando así en veracidad de los resultados y en la motivación de los estudiantes al realizarla.

La calificación que se empleó para calificar estas pruebas pedagógicas fue cualitativa donde Excelente es la máxima calificación y Mal la mínima. Estas pruebas fueron aplicadas en el salón de clase en el horario destinado para la asignatura de matemáticas.

Se diseñó una guía para la revisión documental que facilitó la revisión de los documentos propios del Bachillerato relacionados con la investigación; tales como: el programa de la asignatura matemática, las orientaciones metodológicas, los libros de texto y otras bibliografías complementarias que se emplean para el desarrollo de este contenido, así como los expedientes de estudiantes que permitieron caracterizar al grupo. En esta guía se tuvieron en cuenta siete aspectos y se aplicó en las horas que el investigador destinó al trabajo de campo.

La aplicación de los instrumentos se realizó en el orden que se presentaron anteriormente, sin interrumpir el proceso de enseñanza aprendizaje del centro escolar, se contó con la predisposición de los involucrados.

Puede decirse que todos los datos e información obtenida antes de ser procesada fueron agrupada por niveles de interés en función de los objetivos específicos planteados en la investigación. Para el análisis de los datos cuantitativos se emplea la herramienta Excel desde la tabulación hasta el análisis. En el caso de la información cualitativa se procesa con hojas de verificación.

7.2. Resultados de la Encuesta: Análisis Detallado

Los datos obtenidos en la aplicación de la encuesta fueron tabulados empleando Excel como herramienta. Se representó porcentualmente la connotación que tiene para el número de estudiantes encuestados los principales problemas que se presentan en la resolución de ecuaciones con radicales.

En la primera pregunta relacionada con la motivación mostrada por los estudiantes para resolver ejercicios de la asignatura los resultados evidenciaron que existen un 20% que siempre está motivado y un 30% (9 estudiantes) manifestaron que casi siempre el resto o sea 15 estudiantes representativo del 50% del total muestral quedaron ubicados en la categoría de a veces y nunca.

Estos datos indican que de manera general en el grupo existe un bajo nivel motivacional por la realización de los ejercicios, téngase en cuenta que se incluye los que respondieron que casi siempre están motivados 9 estudiantes (30,0%) la mayoría del grupo 24 estudiantes no presentan un nivel óptimo desde el punto de vista motivacional.

Al profundizar en las posibles causas de esta problemática entre las más mencionadas se encuentran:(orden creciente)

- No entienden al profesor. (3,0%)
- Los ejercicios están dirigidos para todos los estudiantes por igual. (6,6%)
- Escasos ejercicios en libros de textos y dificultades en el acceso a otras bibliografías. (36,6%)

- Los ejercicios tienen un grado de dificultad bajo en el libro de texto y alto en otras bibliografías. (46,6%)

Los estudiantes explican entre otras causas que no siempre se tiene acceso a trabajar con softwares, por lo que se ven limitado al libro de texto y este cuenta con pocos ejercicios.

En las clases solo un 10% puede siempre resolver los ejercicios que allí se presentan, el 20% lo puede hacer casi siempre lo que representan 9 estudiantes. El 46,6 % que representan 14 estudiantes del total de la muestra plantean que a veces pueden resolver las ecuaciones por sí solo. Los 7 estudiantes restantes coinciden en plantear que nunca pueden resolver las ecuaciones.

Estos datos demuestran que existen grandes dificultades en el trabajo independiente de los estudiantes.

Cuando se les pregunta sobre los principales problemas en la resolución de ecuaciones ellos plantean:

- En Identificar la ecuación el 60% (18) de los estudiantes reconocen que tienen dificultades. Se continúa entonces analizando cómo se comportan el resto de los indicadores.
- Desconocimiento de los algoritmos de solución (76,6%) 23 estudiantes.
- Aplicar propiedades de los radicales, potencias y logaritmos (66,6%) 20 estudiantes.
- Introducir, eliminar signos de agrupación y reducir términos semejantes (83,3 %) 25 estudiantes.
- Factorizar (73,3%) 22 Estudiantes.

- Comprobar las soluciones (90%) 27estudiantes.
- Con estos resultados podemos inferir que existen grandes dificultades en la solución de ecuaciones y se podrá verificar posteriormente en la observación de las clases y la aplicación prueba pedagógica.

7.3. Análisis Metódico de las Observaciones en Clase

Con la aplicación de la Guía de Observación de clases se obtuvo información sobre 6 elementos observados en cada clase. Estos se analizaron una vez concluida cada visita y se generó un informe cualitativo que permitió agrupar la evaluación de estos elementos de manera sintetizada.

Al investigar los resultados de la observación de las clases se presentaron dificultades que evidencian que aún se mantienen en las instituciones escolares elementos negativos de una enseñanza tradicional, donde los profesores desarrollan un proceso direccional, pasivo en las clases de matemática caracterizados por:

- No uso de los conocimientos previos (antecedentes negativos)
- No utilización integral del diagnóstico.
- Los sistemas de tareas que se emplean son únicos para todos los estudiantes.
- Predomina el trabajo independiente reproductivo sobre el resto de los tipos de trabajo independiente.

- Las tareas van dirigidas a que el estudiante encuentre la solución y una vez conseguida esta, se abandonan.
- Cuando se plantean tareas que tienen varias alternativas de solución, estas no se analizan.
- Las tareas no son estimuladas por el profesor, las ayudas que se les da a los estudiantes para su realización son excesivas hasta el punto de señalarle la vía de solución, la bibliografía que se utiliza fundamentalmente es el libro de texto.
- El control de la tarea se dirige exclusivamente a la solución y no a las acciones realizadas por el estudiante es decir el control no se dirige al procedimiento de solución.

Se observó que el docente no tiene dificultades con relación al contenido matemático abordado en clase, pero si carece de un nivel de actualización. Las principales dificultades detectadas en los estudiantes, en la solución de ecuaciones están dadas por irregularidades en eliminar signos de agrupación, aplicar el algoritmo de solución y propiedades (logaritmo, radicales y potencia) descomponer en factores y comprender la importancia de la comprobación de las ecuaciones cuando se hacen operación no equivalente.

7.4. Pruebas Pedagógicas: un resultado de aprendizaje

Para el análisis de datos obtenidos de la prueba pedagógica se realizó una tabulación de errores y se cuantificaron los resultados por elementos del conocimiento. Esta interpretación se realizó empleando Excel como herramienta y se desarrolló por cada grupo de ejercicios (ecuaciones sencillas, ecuaciones con mayor rigor y

ecuaciones combinadas) y por ende por cada nivel de conocimiento (1er nivel de desempeño, 2do nivel de desempeño y 3er nivel de desempeño).

La prueba pedagógica inicial dio la posibilidad de determinar los resultados en los diferentes indicadores como son:

Reconocer la ecuación de un total de 30 estudiantes 3 se evalúan de E (excelente) para un 10%, de B (bien) 7 estudiantes para un 23%, y de R (regular) y M (mal) 20 estudiantes que representa el 66,6% de lo presentados.

Aplicar el algoritmo de solución, 3 estudiantes con categoría de E para un 10%, 5 estudiantes se evalúan de B para un 16% y de R y M 23 para un 76,6%.

A pesar de trabajarse el indicador de introducir, eliminar los signos de agrupación y reducir los términos semejantes se constató que existen deficiencias en este sentido, el 60% de los estudiantes se evaluaron de R y M que representan 18 estudiantes.

Aplicar propiedades aparece como uno de los indicadores con mayor dificultad pues 24 estudiantes resultaron evaluados de R y M de un total de 30 representando un 80%.

Descomponer en factores ofrece que 18 estudiantes se evaluaron de R y M representando el 60% del total, destacando que la aplicación de Ruffini y el discriminante fueron los elementos más afectados en este indicador.

Los estudiantes no reconocen la importancia de la comprobación de las ecuaciones y solo piensan en los puntos que pierden en los

exámenes por no realizarla, esta dificultad se manifiesta en la prueba pedagógica pues solo 5 estudiantes se evaluaron de E y B (16,6 %) mientras que 25 estudiantes están con categoría de R y M.

De manera general se puede concluir que:

- En las ecuaciones lineales y cuadráticas las dificultades están cuando llevan transformaciones, es decir, el uso de los signos de agrupación, además, en las cuadráticas el uso del discriminante y descomposición factorial, en las radicales está la aplicación de las propiedades de los radicales y la elevación al índice del radical cuando hay más de una elevación y en particular $(a \pm b)^n$
- En las ecuaciones combinadas identificar los enlaces que estas presentan para determinar el algoritmo de trabajo que se debe aplicar es una dificultad permanente en los estudiantes que unido a las carencias mencionadas propician los malos resultados en su resolución de ecuaciones.

7.5. Documentos Revisados: resultados claves para la Investigación

La información obtenida al aplicar la Revisión de documentos fue clasificada por cada uno de los siete elementos observados. Es decir, se realizó un análisis del elemento uno en cada documento y se generó un resultado para este elemento y así sucesivamente. Luego se describió este resultado de manera que fuera comprensible para el lector por cada uno de los documentos

revisados: programa de la asignatura matemática, orientaciones metodológicas, libros de texto y otras bibliografías complementarias.

La validación del sistema de ejercicios por criterio de expertos se procesó tal como lo indica el método Delphi aplicado por el doctor Tomas Crespo Borges utilizando el Excel.

En la revisión de documentos propios el nivel medio, asociados a la asignatura de matemática se obtienen los siguientes resultados.

Es de destacar que existe poca cantidad de estudiantes que han participado en sus concursos que representan un 13,3 % del total de la muestra, son un indicador del bajo nivel de motivación por la Matemática.

__ En las clases se trabajan una o dos ecuaciones lo que resulta insuficiente.

__ Las bibliografías de consultas contienen ecuaciones combinadas con un grado de dificultad alto o muy bajo.

__ Los profesores tienen que elaborar ejercicios continuamente de ecuaciones, acorde a los diferentes niveles de desempeño por parte de sus estudiantes.

Del análisis antes realizado podemos decir que los estudiantes no han tenido una trayectoria positiva en los diferentes niveles de enseñanza con relación al aprendizaje de la Matemática, siendo esto un elemento que contribuye al bajo nivel motivacional presente en ellos.

Para definir el estado deseado se analizaron los programas del Bachillerato en los que se constató los objetivos que tienen que dominar los estudiantes al terminar este nivel.

Realizando la comparación entre el estado actual y el estado deseado se declaran las siguientes necesidades educativas.

1. Contribuir a elevar la motivación de los estudiantes para la resolución de ecuaciones con radicales.
2. Potenciar el conocimiento de los algoritmos de resolución de ecuaciones con radicales, así como las combinadas.
3. Aplicar las propiedades de los radicales, las potencias en la resolución de estas ecuaciones.
4. Fortalecer los valores con la resolución de ecuaciones.
5. Favorecer la voluntad para superar obstáculos.

CAPÍTULO 8. LA Fórmula de la Mejora: el Sistema de Ejercicios

En el capítulo 8, "La Fórmula de la Mejora: el Sistema de Ejercicios", se presenta un enfoque innovador para abordar las necesidades educativas identificadas previamente. A través del diseño cuidadoso de un sistema de ejercicios, se busca ofrecer una solución significativa y efectiva para los estudiantes. Basado en el Paradigma Histórico Social de Vigotsky, este sistema aprovecha la dimensión grupal del aprendizaje matemático, centrándose en la Zona de Desarrollo Próximo para potenciar el crecimiento y el aprendizaje colaborativo. Este capítulo revelará cómo este enfoque puede mejorar la comprensión y el dominio de la resolución de ecuaciones en el contexto educativo.

8.1. Diseño de los ejercicios.

La minuciosa revisión bibliográfica realizada, permitió proponer una solución que se corresponda con las necesidades educativas declaradas: un sistema de ejercicios que resulte significativo para el estudiante.

El sistema de ejercicios está sustentado en el Paradigma Histórico Social de Vigotsky, fundamentado en que una de las formas de trabajo en la Matemática es la grupal, por lo que alcanza gran dimensión la Zona de Desarrollo próximo del alusivo psicólogo, que la define como la distancia que existe entre la capacidad individual de un niño (lo que puede hacer por sí solo) y la capacidad que tiene para ejecutar algo con ayuda (lo que hace con ayuda de

otros más capaces) , la distancia entre el nivel real de desarrollo, determinado por la resolución de ecuaciones de manera individual y el nivel de desarrollo potencial determinado mediante la solución de ecuaciones con la guía de un adulto o en colaboración de estudiantes más capaces.

El sistema tiene las siguientes características:

- ◆ **Formativo:** Porque involucra en su concepción esencial la unidad armónica del proceso desarrollador de conocimientos, hábitos y habilidades normas de relaciones, valores y rasgos de la actividad creadora.
- ◆ **Contextualizado:** Ya que responde a las exigencias, necesidades y condiciones específicas del segmento concreto de la realidad pedagógica en que se incide.
- ◆ **Personalizado:** Pone en su centro la dinámica que se da entre los componentes personalizados del proceso enseñanza aprendizaje, responde a las particularidades evolutivas de la personalidad de los estudiantes y a sus características individuales y grupales.
- ◆ **Dinámico:** Porque es abierto, flexible, sujeto a cambios, a la confirmación o rediseño que vaya indicando el proceso de su puesta en práctica sobre la base del conocimiento objetivo de la realidad pedagógica en que se incide, en un acercamiento constante a la realidad para alcanzar los objetivos previstos.
- ◆ **Objetivo:** Se proyecta, ejecuta y controla sobre la base de las posibilidades reales de materialización, considerando su contextualización, personalización y carácter dinámico.

- ◆ **Operativo:** Ya que es de fácil manejo pedagógico, asequible a todos los sujetos involucrados en el proceso de transformación, factible de ser aplicado y de que respondan a las adecuaciones que demanda la realidad.
- ◆ **Preventivo:** Ofrece los niveles de ayudas necesarios y oportunos dentro del proceso enseñanza aprendizaje, para evitar fracasos y asegurar las condiciones pedagógicas, adelantándose al desarrollo, como plantea el Paradigma Histórico Social que se asume.
- ◆ **Sistemático:** Ejecutable y cumplible en un proceso continuo que se desarrolla en etapas con plazos de tiempos comprensibles que aseguran estadios del desarrollo para el alcance consciente de ulteriores resultados y concepciones estratégicas.
- ◆ **Sistémico:** Permite la combinación ordenada, coherente y cohesionada de todos los factores, componentes y sujetos que se direccionan en el proceso enseñanza aprendizaje.
- ◆ Con enfoque interdisciplinario
- ◆ Su concepción está basada en el Protagonismo Estudiantil, ya que sitúa en primer plano las necesidades educativas de los estudiantes, se proponen soluciones, organizándolas con sus recursos y valorando el desempeño de todos sistemáticamente.

Para su aplicación se debe tener en cuenta las siguientes recomendaciones metodológicas:

1. Para probar su certeza debemos tomar en cuenta el diagnóstico integral de los estudiantes.

2. Los ejercicios pueden ser utilizados en las diferentes formas de organización del proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática y en cualquiera de sus momentos, según las características del grupo y las necesidades de los estudiantes.
3. Cada ejercicio debe contar con las siguientes etapas: orientación y planificación, ejecución o realización de la acción, regulación de la acción y comprobación.
4. Se pueden organizar algunas clases especiales para las que el estudiante se prepare con antelación en la solución de los ejercicios.
5. Pueden ser utilizadas algunas formas de organización durante las clases que propicien las formas de trabajo cooperado: en dúos, grupos o equipos, entre otras.

6. No se niega la utilización de los ejercicios del libro de texto pues este sistema constituye un complemento de estos.

7 Se propone el uso de las tecnologías.

Se diseñaron ejercicios que van aumentando su nivel de complejidad en la medida que avanza la propuesta, sin llegar a tener un alto grado de complicación. Se brindan ejercicios resueltos, ejercicios propuestos, objetivos a alcanzar en su solución y orientaciones metodológicas para cada caso. En el diseño de los ejercicios se tuvo en cuenta los resultados obtenidos en la identificación de las carencias y potencialidades que los estudiantes presentan en la resolución de ecuaciones con radicales.

8.2. Estructura del sistema de ejercicios

Subsistema I: Ejercicios sencillos resueltos y propuestos.

Contenidos: Resolución de ecuaciones lineales, cuadráticas, fraccionarias, radicales.

Actividad #1

Objetivo: Identificar correctamente el algoritmo en la solución de ecuaciones, además de las propiedades que se aplican.

Orientaciones Metodológicas:

El trabajo con las **ecuaciones lineales** consiste en eliminar los signos de agrupación, agrupar las variables en un miembro y los números en el otro, se reducen términos semejantes, se despeja la variable obteniendo el valor de la misma para después comprobar y dar respuesta. Las cuadráticas se igualan a cero arribando a un trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$, los valores a, b, c son números reales con $a \neq 0$; se descompone en factores, se iguala a cero cada factor obteniéndose los valores de la variable, en caso de no tener descomposición se aplicará la fórmula del discriminante para después hallar los valores de x_1 y x_2 .

Las **fraccionarias**, se descompone el denominador en caso de existir simplificación también el numerador, se determina el mínimo común múltiplo (MCM) con el objetivo de eliminar los denominadores multiplicando cada término de la ecuación por él, después se procede a multiplicar lo que queda de la simplificación se reducen términos semejantes y se identifica la ecuación a la que

se arriba que puede ser cuadrática o lineal se le da solución y se comprueba para dar respuesta.

En las ecuaciones **radicales** se aísla un radical, se elevan ambos miembros al índice del radical reduciendo términos semejantes, el proceso se repite hasta que se eliminen los radicales arribando a una de las ecuaciones anteriores, se resuelve y se comprueba.

Actividades a desarrollar:

- a) Identifica cada ecuación.
- b) Describa el procedimiento de solución y refiera la propiedad aplicada en cada caso.
- c) Comprobar.

1) $\sqrt{x+4} + 8 = x$	1	→
$(\sqrt{x+4})^2 = (x-8)^2$	2	→
$x+4 = x^2 - 16x + 64$	3	→
$x^2 + 17x + 60 = 0$	4	→
$(x-12)(x-5) = 0$	5	→
$x = 12 \text{ ó } x = 5$	6	→

Se comprueba demostrando que el MI = MD.

II)
$$\frac{x^2 - 8}{x - 2} = \frac{-1 + x^2}{x + 1}$$

$$(x^2 - 8)(x + 1) = (x - 2)(-1 + x^2)$$

$$x^3 + x^2 - 8x - 8 = -x + x^3 + 2 - 2x^2$$

$$3x^2 - 7x - 10 = 0$$

$$(3x - 10)(x + 1) = 0$$

$$x = \frac{10}{3} \quad \text{ó} \quad x = -1$$

Control y evaluación: Se evaluará de forma escrita y en la revisión de libretas.

Actividad #2: Ejercicios propuestos.

Objetivo: Resolver ecuaciones (sencillas)

Ejercicio 1

1. Dadas las ecuaciones

1.1. Identifíquela.

1.2 Resuelve cada una de ellas y si es posible por más de una vía.

a) $9^{\frac{1}{2}} = x - \sqrt{x-1}$

b) $x - 4 + 2\sqrt{x-1} = 0$

Control y evaluación: Se evaluará de forma escrita y en la revisión de libretas.

Subsistema II Ecuaciones con un mayor rigor (2do nivel).

Objetivos:

1- Identificar la ecuación.

2-Aplicar las propiedades.

3-Aplicar correctamente los procedimientos de solución.

Orientaciones metodológicas:

El estudiante primeramente debe identificar la ecuación pues de ello depende el 100% de la solución correcta del ejercicio. Luego debe aplicar las propiedades y el procedimiento de solución según el tipo de ecuación.

Actividad # 1 Ejercicios propuestos.

Ejercicio 1

Resuelve las siguientes ecuaciones

$$a) \sqrt{2x+5} = \sqrt{2x-3} + \sqrt{2x}$$

$$b) \sqrt{-2x + \sqrt{6x^2 + 30}} = 2$$

$$c) (\sqrt{2})^{2x} \cdot 2^{\frac{1}{x-3}} = 32$$

Subsistema III Ejercicios resueltos aplicando el método de cambio de variable.

Actividad #1. Ejercicios resueltos.

$$a- \sqrt{6^x + 3} + \frac{3}{\sqrt{6^x + 3}} = 5$$

Se hace $Z = \sqrt{6^x + 3}$

$$Z + \frac{3}{z} = 5$$

Como se puede observar se ha convertido en una ecuación fraccionaria muy sencilla; se buscará el MCM que es Z y se multiplica por la toda la ecuación

De allí resulta $Z^2 + 3 = 5z$ resulta una ecuación cuadrática

$$Z^2 - 2Z + 3 = 0$$

$$(z - 3)(z + 1) = 0$$

de aquí resulta $Z = 3$ y $z = -1$

Entonces se buscan las posibles soluciones $3 = \sqrt{6^x + 3}$ y ahora se aplica el procedimiento de las ecuaciones con radicales.

$$(3)^2 = (\sqrt{6^x + 3})^2 \text{ y se obtiene } 9 = 6^x + 3$$

$$9 - 3 = 6^x$$

$6 = 6^x$ luego $x = 1$ es una posible solución por otro lado

$$-1 = \sqrt{6^x + 3} \quad (-1)^2 = (\sqrt{6^x + 3})^2$$

$1 = 6^x + 3$ $1 - 3 = 6^x - 2 = 6^x$ esto es imposible. Nuevamente solo queda la comprobación.

c) $3 \cdot 81^{\frac{1}{x}} - 10 \cdot 9^{\frac{1}{x}} = -3$ como es una ecuación exponencial se

debe llevar todo a la misma base 3. $(9^2)^{\frac{1}{x}} - 10 \cdot 9^{\frac{1}{x}} = -3$

Aquí $z = 9^{\frac{1}{x}}$ por tanto resulta $3 \cdot (z)^2 - 10 \cdot z + 3 = 0$

$(3z - 1)(z - 3) = 0$ luego $z = \frac{1}{3}$ y $z = 3$ ahora se buscan las

soluciones

$9^{\frac{1}{x}} = \frac{1}{3}$ $(3^2)^{\frac{1}{x}} = 3^{-1}$ igualando los exponentes resulta $\frac{2}{x} = -1$

$2 = -x$ por tanto $x = -2$ se repite el proceso para $z = 3$

$(3^2)^{\frac{1}{x}} = 3$ luego la posible solución es $x = 2$. solo queda comprobar las ecuaciones.

Aquí se presentan ecuaciones que tienen más de un enlace, pero utilizando este método de cambio de variable se van transformando en ecuaciones sencillas y fáciles de resolver.

En todos los casos solo queda realizar la comprobación.

Actividad #2 Ejercicios propuestos aplicando el método de cambio de variable.

Ejercicio 1

Resuelve las siguientes ecuaciones aplicando cambio de variable.

$$\text{a) } \frac{2x-3}{\sqrt{x-2}} = 2\sqrt{x-2} + 1$$

$$\text{b) } \sqrt{x^2+9} + \frac{15}{\sqrt{x^2+9}} = 8$$

Subsistema III Ecuaciones combinadas.

Actividad #1: Ecuaciones combinadas con dos enlaces

Objetivos: Resolver ecuaciones combinadas.

Orientaciones metodológicas: Es una actividad que será dirigida por el profesor, donde los estudiantes con ejercicios ya planificados de ante mano, realizarán las discusiones en la clase de las diferentes vías de solución, el algoritmo y las propiedades aplicadas.

Forma de control: Aplicación de clases prácticas, seminarios y evaluaciones sistemáticas y trabajos de controles parciales.

Actividades a desarrollar:

Halla el conjunto solución de las siguientes ecuaciones

$$\text{a) } \sqrt{2^x+3} - \sqrt{2^x+2} = \sqrt{2^{x+2}+1}$$

$$\text{b) } \sqrt{\log_{\sqrt{x+1}} \sqrt{x+3}} = \sqrt{2}$$

$$\text{c) } 4^{\sqrt{x+1}} - 2^{\sqrt{x+1} + 2} = 0$$

$$\text{d) } \sqrt{\frac{20 - 12^x}{12^x}} - \frac{\sqrt{6}}{3} = 0$$

8.3 Justificación de la viabilidad: Validación

Para el desarrollo de estudios similares a los que se presentan en esta obra es necesario realizar un proceso de validación. Específicamente en la investigación que ofreció los resultados que se presentan en este texto se contó con la apertura y autorización del Rector de la Unidad Educativa que fue contexto de investigación.

La validación se realizó aplicando el método Delphi que permitió procesar la opinión emitida por los expertos.

Las principales fuentes de evaluación son:

1. Las valoraciones de los expertos, entendidos estos como "...un individuo, grupo de personas u organizaciones capaces de ofrecer con un máximo de competencia, valoraciones conclusivas sobre un determinado problema, hacer pronósticos reales y objetivos sobre efecto, aplicabilidad, viabilidad, y relevancia que pueda tener en la práctica la solución que se propone y brindar recomendaciones de qué hacer para perfeccionarla" (Crespo, 2008).

8.4. Validación a través de Expertos: Un Juicio Científico

La propuesta del sistema de ejercicios fue sometida a la consideración de 25 profesores, se tomó como criterio para seleccionarlos como expertos los siguientes:

Las exigencias de estos expertos están concentradas en sus experiencias en el Bachillerato, conocimiento de Didáctica de la Matemática, conocimientos obtenidos en la actividad docente y/o investigativa, publicaciones de autores extranjeros que dominan, conocimientos obtenidos en el trabajo metodológico, conocimientos obtenidos en la educación de postgrado y según sus posibilidades incluyen las experiencias pedagógicas de avanzada, de manera que las fuentes de argumentación permitan confiar en su valoración.

A los expertos se le entregó un resumen del trabajo y una encuesta

Los indicadores establecidos aparecen en dicha tabla

Las valoraciones de los expertos fueron procesadas por el software (PROCESA_CE, 2013) trabajos desarrollados por (Crespo, 2013).

Se constató que se rechaza la hipótesis nula (H_0) de que no existe comunidad de preferencia entre los expertos para un nivel de significación de 0,01, lo que garantiza que con un 99,0% de confiabilidad es posible hacer valoraciones a partir del consenso de estos expertos.

Un análisis de frecuencias mostrado en el siguiente gráfico evidencia una prevalencia de las valoraciones de MU (MUY ÚTIL)

con mayor predominio en los indicadores 1,4 y 6, e I (Imprescindible) en los indicadores 2 y 3.

El consenso de los expertos se procesa con el algoritmo de Lógica Difusa diseñado por (Crespo, 2013), con lo que se corrobora la existencia de un consenso de muy útil en 10 de los indicadores e Imprescindible en los 12 restantes.

La gráfica de índices por indicadores es más esclarecedora y en ella se evidencia que:



Figura 1 Índice por indicadores

Los índices de los indicadores varían entre 0,80 y 0,94, los que se corresponde con las valoraciones de muy útil e Imprescindible, lo que indica que ningún indicador obtuvo la máxima valoración por todos los expertos.

Los indicadores de más baja valoración son los números 15 y 16 relacionado con la relación que debe establecerse entre las formas colectivas y las individuales de trabajo metodológico, el enfoque sistémico y la concatenación entre contenidos de trabajo metodológico, sus tipos y formas de realización.

Los indicadores de más alto valor relativo son los números 2 y 3 sobre la Didáctica de la Matemática como el sustento metodológico para la conducción del proceso de enseñanza-aprendizaje con la introducción de los sistemas de ejercicios y el rol mediador del profesor, para caracterizar el papel de este y el de los estudiantes, los objetivos a alcanzar. Al respecto el autor considera que este aspecto es muy Importante para la propuesta

También resulta el comportamiento de los expertos como se ilustra en el siguiente gráfico:

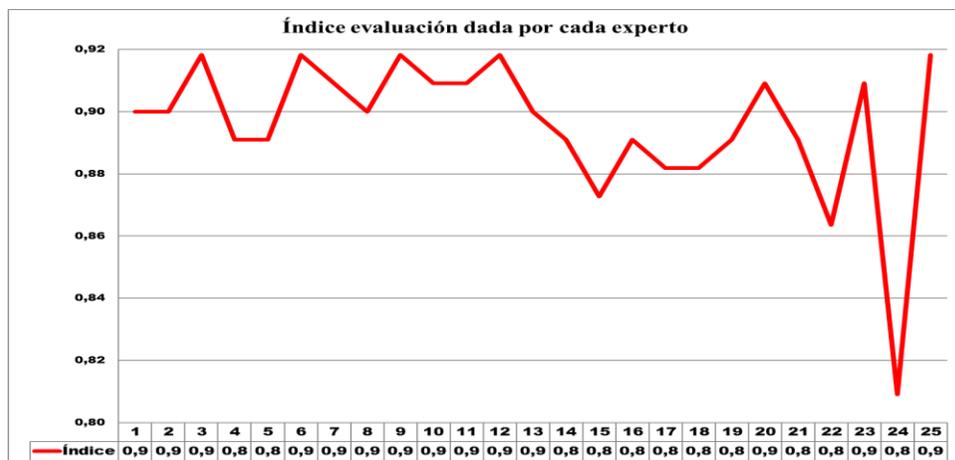


Figura 2 Índice de evaluación dada por cada experto

Los índices correspondientes a las valoraciones de los expertos toman valores entre 0,8 y 0,92; ningún experto dio la máxima valoración a todos los indicadores. El experto 24 alcanza los más bajos índices.

Los índices de los restantes expertos se encuentran por encima de 0,93, lo que puede considerarse de satisfactorio y en correspondencia con el consenso.

Las valoraciones de los expertos respecto a la propuesta permiten al autor arribar a las siguientes conclusiones:

La propuesta presenta sus mayores fortalezas en:

- Los sistemas como el sustento metodológico para el proceso de enseñanza-aprendizaje con la introducción de las ecuaciones.
- La interrelación que se da entre los componentes del proceso de enseñanza aprendizaje.

Los puntos más vulnerables se encuentran en:

- La relación que se establezca entre las formas colectivas y las individuales de trabajo.

Si bien los asistentes matemáticos de Geometría Dinámica favorecen la resolución de ejercicios y los de tipo Excel ayudan al procesamiento de gran cantidad de datos, los de tipo Derive son de gran ayuda en graficar funciones, pero puede que los estudiantes lo utilicen para resolver otros ejercicios como es el caso de la solución de ecuaciones, inecuaciones, sistemas de ecuaciones y la simplificación de expresiones algebraicas y trigonométricas, cuyo procesamiento manual son objetivos del programa de Álgebra.

8.5 Reflexiones Finales: Hacia una Educación Matemática Transformadora

A lo largo del libro, se ha explorado en profundidad el proceso de enseñanza-aprendizaje de la resolución de ecuaciones con radicales en el contexto del bachillerato. Desde el análisis de las necesidades educativas hasta el diseño y la implementación de un sistema de ejercicios innovador, se ha buscado proporcionar herramientas efectivas para mejorar la comprensión y el dominio de este importante contenido matemático.

Al incorporar el enfoque del Paradigma Histórico Social de Vigotsky, se ha reconocido la importancia del aprendizaje colaborativo y la Zona de Desarrollo Próximo en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Estas reflexiones llevan a entender que la educación matemática va más allá de la simple transmisión de conocimientos; es un proceso dinámico que requiere atención a las necesidades individuales, la colaboración entre pares y la aplicación de estrategias pedagógicas innovadoras.

Además, se ha destacado la importancia de validar las propuestas educativas mediante un proceso riguroso y sistemático. Al dedicar dos epígrafes al proceso de validación de la propuesta, se ha subrayado la importancia de garantizar la eficacia y la relevancia de las intervenciones educativas. La utilización de métodos como el Delphi y la evaluación continua ha permitido recopilar retroalimentación significativa de expertos y participantes, asegurando que el sistema de ejercicios sea pertinente y adecuado para las necesidades específicas de los estudiantes.

En última instancia, este libro es un llamado a la acción para todos los educadores matemáticos. Insta a reflexionar sobre las prácticas pedagógicas, a adoptar enfoques innovadores y colaborativos, y a

buscar constantemente maneras de mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Al hacerlo, no solo se estará empoderando a los estudiantes con habilidades matemáticas sólidas, sino que también se estará contribuyendo a la construcción de una sociedad más equitativa y justa, donde todos tengan acceso a una educación matemática de calidad.

Bibliografía

Abella, P. (2015). Metodología en la enseñanza de las matemáticas en primaria (Tesis de pregrado). Universitat Jaume, España.

Ardila, A. (2009). Nociones de aritmética y geometría para el maestro en formación. Coordinación Educativa y cultural Centroamericana. San José de Costa Rica. https://ceccsica.info/sites/default/files/content/Volumen_24.pdf

Bello, R. T., & López, J. M. (2019). Sistema de tareas docentes para contribuir al desarrollo de la habilidad resolver ecuaciones. Universidad de Ciego de Ávila "Máximo Gómez Báez", Ciego de Ávila. https://www.researchgate.net/profile/Raidy-Rojas-Angel-Bello-2/publication/352039752_sistema_de_tareas_docentes_para_contribuir_al_desarrollo_de_la_habilidad_resolver_ecuaciones/links/60b6cb8a92851cde884a6f56/sistema-de-tareas-docentes-para-contribuir-al-

Candau, V. M. (1982). La didáctica en cuestión: investigación y enseñanza. Rio de Janeiro, Brasil: Madrid. Narcea. https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=qfgizxvhrFAC&oi=fnd&pg=PA13&dq=V.+M.+Candau+Dial%C3%A9ctica+exclusiva+instrumental&ots=Hc6DFkuID0&sig=D9b_BMcuafveJQNSiN0NYKJhIhs#v=onepage&q&f=false

Crespo, E. (2007). Modelo didáctico sustentado en la heurística para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática asistida por computadora” (Tesis de doctorado). Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas, Cuba.

Colectivo de autores (2020). Metodología de la enseñanza de la matemática, primera y segunda parte, editorial Pueblo y Educación, La Habana.

Domínguez, J. A. (2020). Título: El desarrollo de la habilidad: resolver sistema de ecuaciones lineales en los estudiantes de décimo grado de la Escuela Militar Camilo Cienfuegos del municipio Matanzas. Universidad de Matanzas, Facultad de Educación, Matanza.

[http://cict.umcc.cu/repositorio/tesis/Trabajos%20de%20Diploma/Licenciatura%20en%20Educaci%C3%B3n%20Matem%C3%A1tica-F%C3%ADsica/2020/Desarrollo%20de%20habilidad%20resolver%20sistema%20de%20ecuaciones%20lineales%20en%2010mo%20grado%20\(Jorge%20Portales%20Dom](http://cict.umcc.cu/repositorio/tesis/Trabajos%20de%20Diploma/Licenciatura%20en%20Educaci%C3%B3n%20Matem%C3%A1tica-F%C3%ADsica/2020/Desarrollo%20de%20habilidad%20resolver%20sistema%20de%20ecuaciones%20lineales%20en%2010mo%20grado%20(Jorge%20Portales%20Dom)

Estrada., D. C. (2010). Sistema de tareas extradocentes para el trabajo independiente en la asignatura Historia de Cuba. . Material Docente en Opción al Título de Máster en Ciencias de la Educación. Mención en Educación Primaria., UNIVERSIDAD DE CIENCIAS PEDAGÓGICAS, Camagüey.
https://rediuic.reduc.edu.cu/jspui/bitstream/123456789/674/1/Deane_Concepcon_Estrada.pdf

Fernández, E. R. (2009). El desarrollo de la motricidad fina de los niños y niñas del grado preescolar de la ENU “Camilo Cienfuegos”

como premisa para la preescritura. Tesis en opción del título académico de máster en ciencias de la educación, Instituto Superior Pedagógico Felix Varela, Sede Ranchuelo, Ranchuelo. <https://docplayer.es/204888174-Instituto-superior-pedagogico-felix-varela-morales-sede-municipal-ranchuelo.html>

Ferrando, I., Segura, C., & Castells, M. P. (2018). Nuevas metodologías para la enseñanza de las matemáticas: análisis crítico. <https://www.researchgate.net/publication/322342114>

Fraviata K, Mujina – Conferencia sobre psicología pedagógica. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1979 – 136 p.

Hernández, S. R.; Fernández, C. C.; Baptista, L. P. (2014). Metodología de la Investigación. México DF: McGraw-Hill. https://periodicooficial.jalisco.gob.mx/sites/periodicooficial.jalisco.gob.mx/files/metodologia_de_la_investigacion_-_roberto_hernandez_sampieri.pdf

Iñiguez, P. C., Medel, R., Avila, J., Cruz, E., Morales, F., & Jarquin, D. (2017). Métodos cuantitativos , métodos cualitativos o su combinación en la investigación : un acercamiento en las ciencias sociales. *Revista Mexicana de Ciencias Agrícolas.*, 8(7), 1603-1617.

Klinberg , Lothar. Introducción a la didáctica general. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1978 – 164 p

Krainer, K., & Llinares, S. (2010). Mathematics teacher education.

Labarrere, Guillermina. Pedagogía. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1988 – 355 p.

Martínez, Y. (2018). Las tecnologías de la información y las comunicaciones para el proceso de enseñanza- aprendizaje del álgebra. (Tesis de doctorado). Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas, Cuba.

Mercader, J., & Siegenthaler, R. (2017). Motivación y rendimiento académico en matemáticas: un estudio longitudinal en las primeras etapas educativas. *Revista de Psicodidáctica.*, 22(2).

Ortiz, J. (2012). Modelos didácticos para la enseñanza de la matemática. Universidad Nacional de Colombia. Sede Medellín, Facultad de Ciencias, Medellín Colombia.

Pedraza, X. G., Reascos, R. S., & Pozo, C. G. (Abril de 2017). EL CURSO PRE-ENES: UNA ALTERNATIVA PARA EL DESARROLLO DEL RAZONAMIENTO NUMÉRICO. *Revista Electrónica Formación y Calidad Educativa (REFCaIE)*.
https://www.researchgate.net/publication/327103896_EL_CURSO_PRE-ENES_UNA_ALTERNATIVA_PARA_EL_DESARROLLO_DEL_RAZONAMIENTO_NUMERICO

Rosa, F. M., & Martínez, S. M. (marzo de 2014). Los sistemas de ecuaciones en el bachillerato. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 85, 41-48. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/3679/1/la2014LosNumeros85.pdf>

Ruíz, Á. (s/f). Historia y filosofía de las matemáticas. <http://www.centroedumatematica.com/aruiz/libros/Historia%20y%20filosofia%20de%20las%20matematicas.pdf>

Ruiz, Á. (2017). El CIAEM y las organizaciones internacionales de Educación Matemática en América Latina. CIAEM, 15-25.

Sánchez, L. C. (2009). Sistema de ejercicios para contribuir al aprendizaje en la resolución de ecuaciones exponenciales compuestas en los estudiantes de 11no grado de la Escuela Provincial de Velas "Marcelo Salado Lastra de Caibarién.". Universidad Pedagógica Félix Varela Morales, Santa Clara. <https://dspace.uclv.edu.cu/bitstream/handle/123456789/2717/Lisandro%20Ceballo%20S%c3%a1nchez..pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Villalobos, S. R. (2009). Sistema de actividades para el desarrollo de la habilidad narración en los escolares con diagnóstico de retardo en el desarrollo psíquico del 3er grado de la escuela especial. Material docente en opción al título académico de master en educación, universidad de ciencias pedagógicas José Martí, Camaguey. https://reduc.reduc.edu.cu/jspui/bitstream/123456789/895/1/Silvia_Rosa_Victoria_Villalobos.pdf

Vigostky Lev S. 1966. Pensamiento y Lenguaje. Edición Revolucionaria. Habana.

Zayas, C. M. (1996). Hacia una escuela de excelencia. La Habana, Cuba: Sello Editorial Academia. <https://isbn.cloud/9789590201813/hacia-una-escuela-de-excelencia/>

Zayas, C. M. (2016). La Escuela en la Vida (Vol. 10ma Edición). La Habana , Cuba : ALSIE

Ecuaciones Radicales: Un Sistema de Ejercicios para el Dominio Matemático

En el vasto universo del conocimiento matemático, el proceso de enseñanza y aprendizaje de la resolución de ecuaciones con radicales emerge como un desafío significativo para estudiantes y educadores por igual. En este contexto, el libro que tienes en tus manos representa un valioso recurso que aborda de manera integral y reflexiva este importante tema.

ISBN: 978-9942-626-22-6



9 789942 626226


EDICIONES
GESICAP